ثانوية احمد ملاحي المخاطرية	السنة الدّراسية:2020/2019	مديرية التّربية لولاية عين الدفلى

امتحان الثلاثي الأوّل في مادّة الرياضيات

الشعبة: 3 علوم تجريبية	المدّة: 3 ساعات	اليوم: الاثنين 02 ديسمبر 2019

التمرين الاوّل:(04 نقاط)

أثبت صحّة مايلي:

1. الدالة $f: x \mapsto (\ln x)^3 + \ln\frac{1}{x}$ تنعدم ثلاث مرّات مغيّرة اشارتها من أجل كلّ عدد حقيقي موجب تماما x.
2. $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\ln(x+1)}=1$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x-1}{\ln(x+1)}=+\infty$.
3. الدّالة $f: x \mapsto -3\sin\left(4x-\frac{2019\pi}{2}\right)$ هي دالّة زوجية على $\Re$ و دورية دورها $\frac{\pi}{2}$.
4. اذا كانت (u_n) متتالية حسابية فإنّ e^{u_n} هي متتالية هندسية.

التمرين الثّاني: (07 نقاط)

I. (v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما؛ حدودها موجبة؛ حدّها الاوّل v_0 و أساسها q. و $\begin{cases}\ln(v_6)+\ln(v_{13})=3\\ v_6+v_{13}=e^2+e\end{cases}$.

1. أُحسب v_6 و v_{13} ثمّ اِستنتج q.
2. نضع: $v_6=e$ و $q=e^{\frac{1}{7}}$.

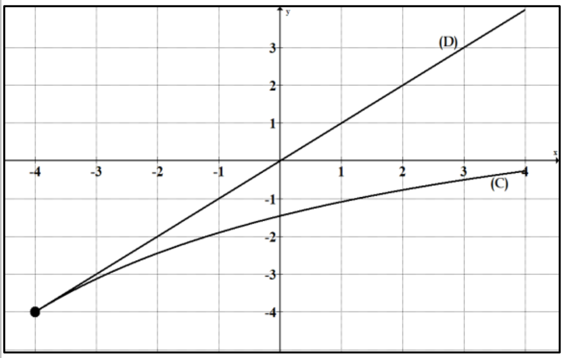
أ. عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ أُحسب $\lim v_n$.

ب. أُحسب بدلالة n المجموع S_n المعرّف كما يلي: $S_n=\ln(v_0)+\ln(v_1)+\ldots+\ln(v_n)$.

II. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. f الدّالة المعرّفة على المجال $[-4;4]$ كما يلي: $f(x)=\frac{3x-16}{x+11}$

(C) المنحنى الممثّل لها و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

1. بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;4]$ ثمّ اِستنتج أنّه: من أجل $x\in[-4;4]$ ؛ $f(x)\in[-4;4]$.
2. (u_n) متتالية معرّفة بحدّها الاوّل $u_0=3$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1}=f(u_n)$.



أ. أُنقل على ورقة الاجابة الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) مبرزاً خطوط الانشاء.

ب. ضعْ تخميناً حول اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

3. أ. بَرهِنْ بالتّراجع من أجل كلّ عدد طبيعي n أنّ: $-4<u_n\le 4$.

ب. أُدرس اشارة $f(x)-x$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر (u_n).

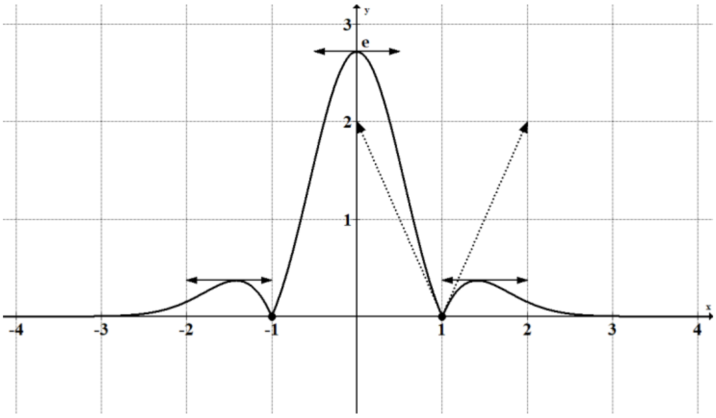
III. نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $v_n=e^{\frac{1}{4+u_n}}$

1. بيّنْ أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.
2. أُكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أُدرس تقارب المتتالية (u_n).
3. أُحسب بدلالة المجموع ξ_n المعرّف كما يلي $\xi_n=\left(\frac{1}{u_0+4}\right)+\left(\frac{1}{u_1+4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{u_n+4}\right)$

التمرين الثّالث: (09 نقاط)

ـ **الجزء الأوّل**: المستوي منسوب الى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

نعتبر g الدالّة المعرّفة على $\Re$ كما يلي $g(x)=\left|ax^2+b\right|e^{bx^2+a}$ حيث a و b عددان حقيقيان ثابتان .و نسمي (C) تمثيلها البياني في الشّكل المقابل .



1. بملاحظة أنّ (C) يشمل النقطتين $A(1;0)$ ؛ $B(0;e)$
أوجد العددان a و b.
2. نأخذ $a=1$ و $b=-1$

ملاحظة: فيما يلي التخمين يكون بيانيا و الإثبات يكون جبريا

أ. ضع تخمينا حول شفعية الدّالة g ثمّ أثبت صحة تخمينك.

ب. ضع تخمينا حول $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)$ ثمّ أثبت صحة تخمينك.

ج. ضع تخمينا حول قابلية إشتقاق الدّالة g عند 1 ثمّ أثبت صحة تخمينك .

د. ضع تخمينا حول إشارة g' مشتقة الدّالة g ثمّ أثبت صحة تخمينك.

3. اشرح كيف يمكن رسم (C_1) و (C_2) التمثيلين البيانيين المعرّفين بالمعادلتين $(C_1): y=\left(x^2-1\right)e^{-x^2+1}$ و $(C_2): y=\left(-x^2+1\right)e^{-x^2+1}$ انطلاقا من (C) ثمّ أُرسمهما في نفس المعلم.

ـ **الجزء الثّاني**: نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=x^2e^{1-x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أُحسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجموعة التّعريف؛ ماذا تستنتج؟
2. أ. بيّن من أجل كلّ x من $\Re$ أنّ: $f(x)-f(-x)=0$ ؛ماذا تستنتج؟

ب. استنتج أنّ f' مشتقة الدّالة f هي دالة فردية.(دون حساب $f'(x)$)

3. أ. بيّن من أجل كلّ x من $\Re$ أنّ: $f'(x)=2x\left(1-x^2\right)e^{1-x^2}$ ثمّ أُدرس حسب قيم x من $\Re$ إشارة $f'(x)$.

ب. شكّل جدول تغيّرات الدّالّة f ثمّ اِستنتج حصرا لـ $f(x)$ على $\Re$.

4. أُرسم (C_f).(سلّم الرسم: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=6cm$)
5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x^2-e^{m-1+x^2}=0$.