ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية بسكرة	الموسم الدراسي : 2020/2019
المستوى : 3 ع ت	المـــــــــــدة : 3 ساعات

إختبـــــــــــــار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل

1. إذا كانت $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$ فان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(e^{-3x}+1)$	$+\infty$	1	0
2. تقبل المعادلة $2\ln x=\ln 2x$ في $\mathbb{R}$:	حل واحد	حلان	لا تقبل أي حل
3 . عدد أرقام العدد 1606^{2020} هو:	6476	6475	6470
4. حل المعادلة التفاضلية $y'+2y-2=0$ و الذي يحقق $f(0)=0$ هو الدالة f حيث:	$f(x)=e^{-2x}-1$	$f(x)=-e^{-2x}-1$	$f(x)=-e^{-2x}+1$
5. مجموعة حلول المتراجحة $e^{x}-e^{-x}\leq 0$ هي :	$\left]-\infty;0\right]$	$\left[1;+\infty\right[$	$\mathbb{R}$
6. معادلة محور تناظر منحني الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=x^2-2x-\ln(x-1)^2$ هي :	$x=1$	$x=-1$	$x=2$

التمرين الثاني: (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(e^{x}+2e^{-x}\right)$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x)=x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و (D) .

2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x)=-x+\ln\left(2+e^{2x}\right)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و (D') .

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أرسم (D) ، (D') و $\left(C_f\right)$.

5) لتكن $\left(\Delta_m\right)$ عائلة المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.

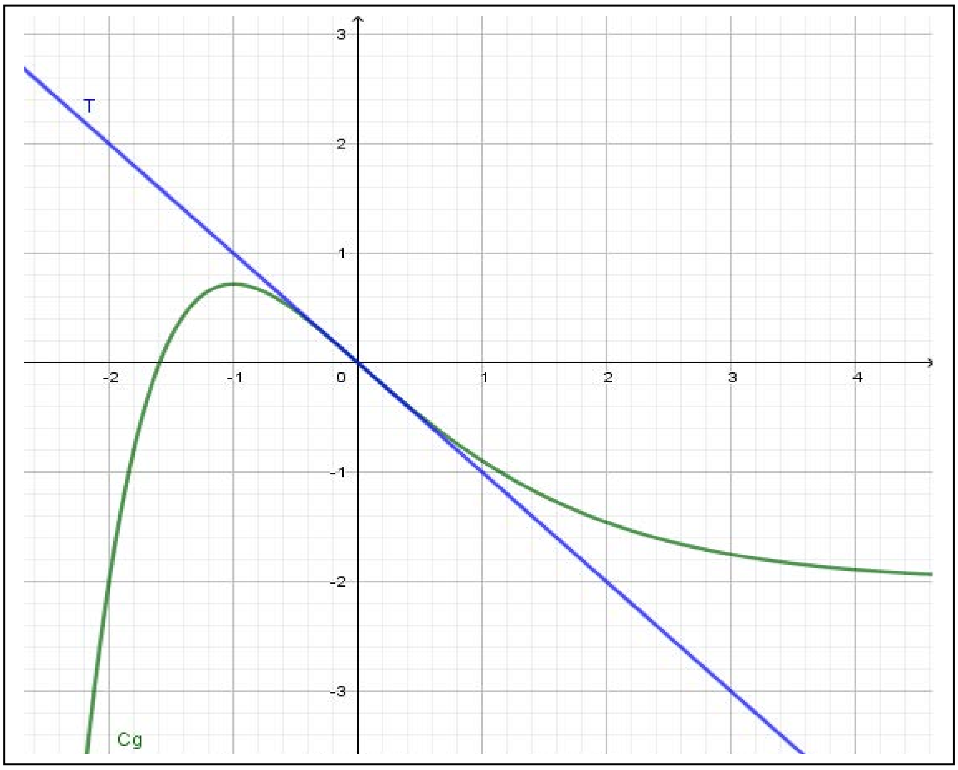
أ) بين أن جميع هذه المستقيمات تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثييها.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$.

<u>التمرين الثالث: (7 نقاط)</u>

(I

الشكل المقابل يمثل المنحنى (C_g) للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ والمماس (T) عند مبدأ المعلم.



1) أوجد قيمة كل من: $g'(-1)$ ، $g'(0)$ و $g(0)$

2) أوجد معادلة للمماس (T).

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $g'(x) \geq 0$.

4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين احدهما معدوم والآخر نسميه α حيث يحقق: $-1,75 < \alpha < -1,50$.

5) استنتج إشارة $g(x)$.

6) أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث: $g(x) = (ax+b)e^{-x} - 2$.

(II

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (-x-3)e^{-x} - 2x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهايات $f(x)$ عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) .

4) بين أن $f(\alpha) = -2\left(\alpha + 1 + \dfrac{1}{\alpha+2}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) أوجد قيمة العدد الحقيقي β حتى يكون المستقيم (T') ذو المعادلة $y = \beta x - e$ مماسا خارقا لـ: (C_f).

6) أرسم (Δ) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

<u>Bonis (+1):</u>

أحسب النهاية التالية:

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$$

بالتوفيق للجميع

التصحيح النموذجي للاختبار:

تصحيح التمرين الأول:

1) أختار: "0".

التبرير: $f(e^{-3x}+1)=(fou)(x)$ حيث $u(x)=e^{-3x}+1$ حسب خاصية نهاية دالة مركبة

$\lim_{x\to+\infty} u(x)=\lim_{x\to+\infty}(e^{-3x}+1)=1$ اذن لدينا $\lim_{x\to1} f(x)=0$ ومنه $\lim_{x\to1} f(e^{-3x}+1)=\lim_{x\to1}(fou)(x)=0$ ....

2) أختار:"حل واحد".

التبرير: هذه المعادلة معرفة لما $x>0$ أي $D_E=]0;+\infty[$ لدينا $2\ln x=\ln 2x$ ومنه $\ln x^2=\ln 2x$ ومنه $x^2=2x$ ومنه

$x(x-2)=0$ ومنه اما $x=0$ او $x=2$ لكن **0** مرفوض لانه لا ينتمي الى مجموعة تعريف المعادلة...

3) أختار:"6476".

التبرير: $\log(1606^{2020})=2020\log 1606\simeq 6475,61$ ومنه $E[\log(1606^{2020})]=6475$ ومنه حسب تعريف دالة الجزء الصحيح نجد

$6475\le\log(1606^{2020})<6476$ ومنه $10^{6475}\le 10^{\log(1606^{2020})}<10^{6476}$ ومنه $10^{6475}\le 1606^{2020}<10^{6476}$ منه عدد ارقام 1606^{2020} هو 6476 ....

4) أختار:" $-e^{-2x}+1$ ".

التبرير: لدينا $y'+2y-2=0$ ومنه $y'=-2y+2$ أي $a=-2$ و $b=2$ والحل لعام لهذه المعادلة التفاضلية هو الدوال المعرفة:

$f(x)=ce^{-2x}-\frac{2}{-2}$ أي $f(x)=ce^{-2x}+1$ و لدينا $f(0)=0$ ومنه نجد $c=-1$ اذن الحل المطلوب هو $f(x)=-e^{-2x}+1$ ....

5) أختار:" $]-\infty;0]$ ".

التبرير: لدينا $e^x-e^{-x}\le 0$ ومنه $e^x\le e^{-x}$ ومنه $x\le -x$ ومنه $2x\le 0$ ومنه $x\le 0$ أي $x\in]-\infty;0]$ ....

6) أختار:" $x=1$ ".

التبرير: لدينا بصفة عامة محور تناظر منحني ان وجد فان معادلته من الشكل $x=a$ **ويحقق** $f(2a-x)=f(x)$.

$$f(2a-x)=(2a-x)^2-2(2a-x)-\ln(2a-x-1)^2$$
$$=4a^2-4ax+x^2-4a+2x-\ln[-(x-2a+1)]^2$$
$$=x^2+(-4a+2)x-\ln[x-(2a-1)]^2+4a^2-4a$$

ومنه $f(2a-x)=f(x)$ تعني $\begin{cases}-4a+2=-2\\2a-1=1\\4a^2-4a=0\end{cases}$ وحل هذه الجملة الوحيد هو $a=1$ اذن المعادلة المطلوبة هي $x=1$ ....

تصحيح التمرين الثاني:

1) أ) اثبات انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$:

لدينا $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})=\ln e^x(1+2e^{-2x})=\ln e^x+\ln(1+2e^{-2x})=x+\ln(1+2e^{-2x})$ ....

ب) حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}[x+\ln(1+2e^{-2x})]=+\infty$ ....

- تبيان ان $(D): y=x$ **مستقيم مقارب مائل بجوار** $+\infty$:

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}[x+\ln(1+2e^{-2x})-x]=\lim_{x\to+\infty}[\ln(1+2e^{-2x})]=\ln 1=0$ ومنه (D) مقارب مائل بجوار $+\infty$ ..

ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) **و** (D) **: ندرس إشارة الفرق :** $f(x)-y=x+\ln(1+2e^{-2x})-x=\ln(1+2e^{-2x})$ لدينا

$2e^{-2x}>0$ دوما ومنه $1+2e^{-2x}>1$ ومنه $\ln(1+2e^{-2x})>\ln 1$ أي $f(x)-y>0$ دوما ومنه (C_f) فوق (D) دوما.........

2) أ) اثبات انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=-x+\ln(2+e^{2x})$:

لدينا $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})=\ln e^{-x}(e^{2x}+2)=\ln e^{-x}+\ln(2+e^{2x})=-x+\ln(2+e^{2x})$ ....

ب) حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}[-x+\ln(2+e^{2x})]=+\infty$ ....

- تبيان ان $(D'): y=-x+\ln 2$ **مستقيم مقارب مائل بجوار** $-\infty$:

$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to-\infty}[-x+\ln(2+e^{2x})+x-\ln 2]=\lim_{x\to-\infty}[\ln(2+e^{2x})-\ln 2]=\ln 2-\ln 2=0$ ومنه (D') مقارب مائل عند $+\infty$ ...

ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D') : ندرس إشارة الفرق : $f(x)-y=-x+\ln(2+e^{2x})+x-\ln 2=\ln(2+e^{2x})-\ln 2$

لدينا $e^{2x}>0$ دوما ومنه $2+e^{2x}>2$ ومنه $\ln(2+e^{2x})>\ln 2$ أي $f(x)-y>0$ دوما ومنه (C_f) فوف (D') دوما.........

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث : $f'(x)=\frac{e^x-2e^{-x}}{e^x+2e^{-x}}=\frac{e^x-2e^{-x}}{e^x+2e^{-x}}\times\frac{e^x}{e^x}=\frac{e^{2x}-2}{e^{2x}+2}$ نلاحظ ان إشارة المقام موجبة تماما ودوما اذن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط أي من نفس إشارة $e^{2x}-2$.

- إشارة $e^{2x}-2$: $e^{2x}-2=0$ ومنه $e^{2x}=2$ ومنه $2x=\ln 2$ أي $x=\frac{\ln 2}{2}$ ، $e^{2x}-2>0$ ومنه نجد $x>\frac{\ln 2}{2}$ و $e^{2x}-2<0$ ومنه نجد $x<\frac{\ln 2}{2}$ وعليه تكون إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	ln2/2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

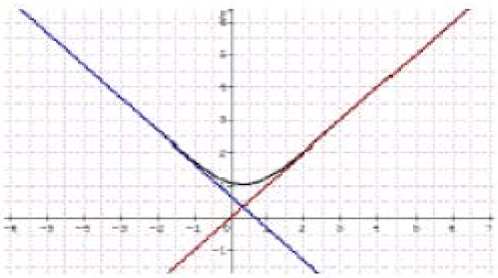
ومنه نستنتج ان f متزايدة على $\left[\ln 2/2;+\infty\right[$ ومتناقصة على $\left]-\infty;\ln 2/2\right]$ ....

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		ln2/2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$3\frac{\ln 2}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

....

4) الرسم :



....

5) أ) تبيان ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة A وتعيين احداثييها:

لدينا $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ ومنه $y=mx+\frac{\ln 2}{2}-m\frac{\ln 2}{2}$ ومنه $y-mx-\frac{\ln 2}{2}+m\frac{\ln 2}{2}=0$ ومنه

$y-\frac{\ln 2}{2}+m\left(\frac{\ln 2}{2}-x\right)=0$ وتكون هذه المعادلة محققة بغض النظر عن اية قيمة للوسيط الحقيقي m اذا كان :

$\begin{cases} y-\frac{\ln 2}{2}=0 \\ \frac{\ln 2}{2}-x=0 \end{cases}$ ومنه نجد $\begin{cases} y=\frac{\ln 2}{2} \\ x=\frac{\ln 2}{2} \end{cases}$ وعليه فان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2};\frac{\ln 2}{2}\right)$ ....

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$: ان حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع عائلة المستقيمات التي معادلاتها $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ والتي تشمل كلها النقطة $A\left(\frac{\ln 2}{2};\frac{\ln 2}{2}\right)$ اذن هنا المناقشة تكون دورانية وحسب الشكل السابق نجد:

* اذا كان $m=1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D) وليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب.
* اذا كان $m=-1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D') أيضا ليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب .
* اذا كان $m\in\left[-1;1\right]$ أيضا حسب الشكل ليس هناك أي حل للمعادلة أي عدم وجود نقط تقاطع.
* اذا كان $m\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ فحسب الشكل هناك نقطة مشتركة وحيدة بين (Δ_m) و (C_f) أي للمعادلة حل وحيد..........

تصحيح التمرين الثالث:

I) **1) من الشكل نجد:** $g'(-1)=0$ ، $g'(0)=-1$ ، $g(0)=0$ ....

2) معادلة المماس (T) : $y=g'(0)(x-0)+g(0)$ **ومنه نجد** $y=-x$ ....

3) حلول المتراجحة $g'(x)\geq 0$ **هي القيم التي تكون عندها الدالة** g **متزايدة وحسب الشكل نجد** $S=\left]-\infty;-1\right]$ ....

4) من خلال الشكل يتبين ان المنحني يقطع محور الفواصل في نقطتين احداهما المبدأ والأخرى فاصلتها α **.بما ان الدالة مستمرة على المجال** $\left[-1,50;-1,75\right]$ **ومتزايدة تماما عليه وأيضا حسب الشكل نجد** $g(-1,50)\simeq 0,25$ **و** $g(-1,75)\simeq -0,5$ **أي** $g(-1,50)\times g(-1,75)<0$ **اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان حل المعادلة** $g(x)=0$ **يحقق** $-1,75<\alpha<-1,50$ ...

5) إشارة $g(x)$ **: حسب الشكل نجد :**

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	0	-	

....

6) إيجاد a **و** b **حيث** $g(x)=(ax+b)e^{-x}-2$ **:**

لدينا $g(0)=0$ **ومنه نجد** $g(0)=(a\times 0+b)e^{-0}-2=0$ **ومنه نجد** $b=2$ ....

أيضا $g'(0)=-1$ **: لنا** $g(x)=(ax+b)e^{-x}-2$ **ومنه** $g'(x)=ae^{-x}-\left(ax+b\right)e^{-x}$ **ومنه**

$g'(0)=ae^{-0}-\left(a\times 0+b\right)e^{-0}=-1$ **ومنه نجد** $a=1$ **وعليه** $g(x)=(x+2)e^{-x}-2$ ....

II) $f(x)=\left(-x-3\right)e^{-x}-2x$ ، $D_f=\left]-\infty;+\infty\right[$:

1) حساب نهايات $f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\left(-x-3\right)e^{-x}-2x\right]=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-xe^{-x}-3e^{-x}-2x\right]=-\infty$ ....

2) التحقق ان $f'(x)=g(x)$ **: لدينا** $f(x)=\left(-x-3\right)e^{-x}-2x$ **ومنه**

$f'(x)=-e^{-x}-\left(-x-3\right)e^{-x}-2=\left[-1-\left(-x-3\right)\right]e^{-x}-2=\left[x+2\right]e^{-x}-2=g(x)$ **نستنتج ان إشارة** $f'(x)$

من نفس إشارة $g(x)$ **ومنه** f **متزايدة على المجال** $\left[\alpha;0\right]$ **ومتناقصة على كل من المجالين** $\left]-\infty;\alpha\right]$ ، $\left[0;+\infty\right[$ ....

جدول تغيرات الدالة f **:**

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$3\frac{\ln 2}{2}$

....

3) أ) تبيان ان $(\Delta): y=-2x$ **مقارب لـ** (C_f) **في جوار** $+\infty$ **:**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(-x-3\right)e^{-x}-2x+2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(-x-3\right)e^{-x}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(-\frac{x}{e^x}-\frac{3}{e^x}\right)\right]=0$ **اذن** (Δ) **مقارب لـ** (C_f) **في جوار** $+\infty$ ...

ب) دراسة الوضع النسبي بين (Δ) **و** (C_f) **: ندرس إشارة الفرق** $f(x)-y$ **: نجد** $f(x)-y=\left(-x-3\right)e^{-x}$ **وبما ان** $e^{-x}>0$ **دوما اذن إشارة الفرق من إشارة** $-x-3$ **أي :**

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$-x-3$		$+$	0	$-$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) **فوق** (Δ)	(C_f) **يقطع** (Δ)	(C_f) **تحت** (Δ)	

....

4) تبيان ان $f(\alpha)=-2\left(\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}\right)$ **ثم استنتاج حصرا له:**

لدينا α **هل حل للمعادلة** $g(x)=0$ **ومنه** $g(\alpha)=0$ **ومنه** $(\alpha+2)e^{-\alpha}-2=0$ **ومنه** $e^{-\alpha}=\dfrac{2}{\alpha+2}$

لدينا $f(x)=(-x-3)e^{-x}-2x$ **ومنه** $f(\alpha)=(-\alpha-3)e^{-\alpha}-2\alpha$ **بالتعويض نجد**

$$f(\alpha)=(-\alpha-3)\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-6}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-4-2}{\alpha+2}-2\alpha=\frac{-2\alpha-4}{\alpha+2}-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha$$
$$=\frac{-2(\alpha+2)}{\alpha+2}-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=-2-\frac{2}{\alpha+2}-2\alpha=-2\left(\alpha+1+\frac{1}{\alpha+2}\right)$$

- **حصر** $f(\alpha)$ **: لدينا** $-1,75<\alpha<-1,50$ **ومنه** $0,25<\alpha+2<0,50$ **ومنه** $\dfrac{1}{0,25}<\dfrac{1}{\alpha+2}<\dfrac{1}{0,5}$ **أي**

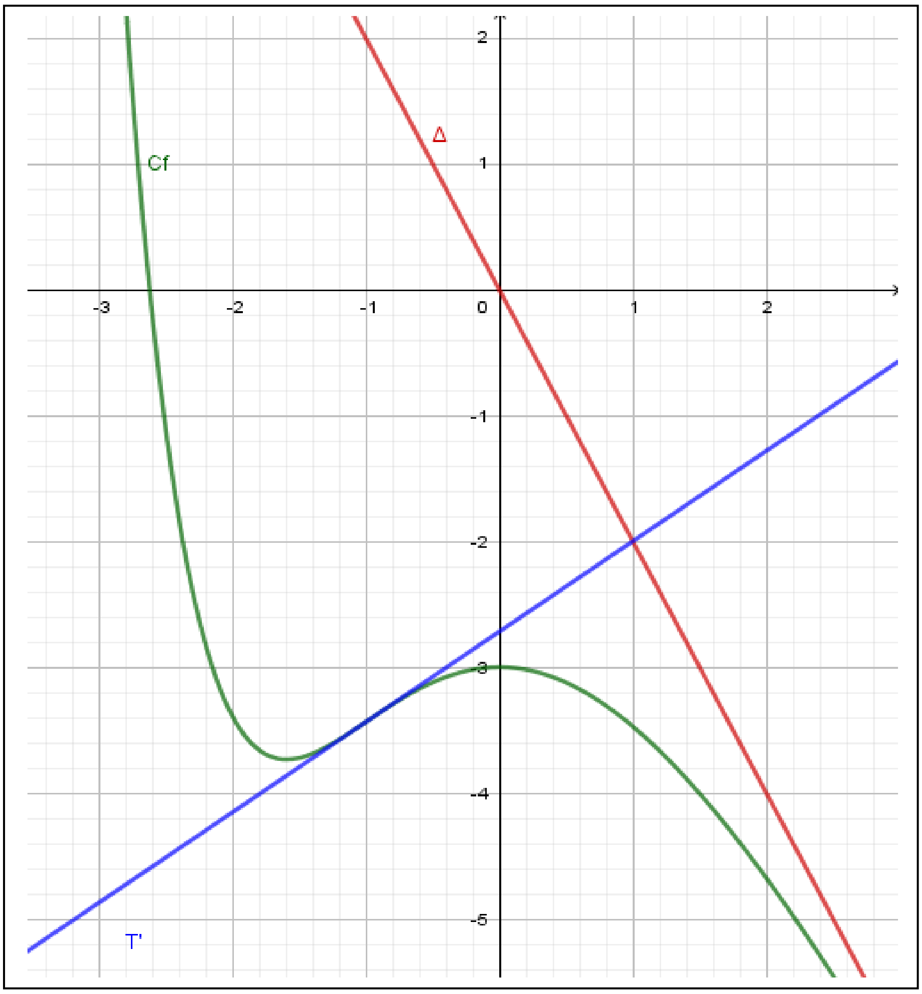
$2<\dfrac{1}{\alpha+2}<4$ **ومنه** $3<1+\dfrac{1}{\alpha+2}<5$ **(1)............. ،** $-1,75<\alpha<-1,50$ **(2).............**

بالجمع نجد $2,25<\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}<3,5$ **ومنه** $-7<-2\left(\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha+2}\right)<-4,5$ **اي** $-7<f(\alpha)<-4,5$ ....

5) إيجاد قيمة β **: وجدنا سابقا ان الدالة** f **تقبل الاشتقاق على** $\mathbb{R}$ **حيث** $f'(x)=g(x)$ **ومنه** $f''(x)=g'(x)$ **ووجدنا قبلها ان** $g'(x)$ **تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وعليه نستنتج ان** $f''(x)$ **تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وبالتالي النقطة التي فاصلتها -1 هي نقطة انعطاف للمنحنى** (C_f) **وهي التي يكون عندها المماس خارقا للمنحنى .**

كتابة معادلة لهذا المماس: $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ **ومنه** $y=(e-2)(x+1)-2e+2=(e-2)x-e$ **أي** $y=(e-2)x-e$ **وهي معادلة للمماس** (T') **و** $\beta=e-2$ ....

6) رسم (Δ) **و** (C_f) **:**



7) المناقشة البيانية :

حلول المعادلة $f(x)=m$ **هي فواصل نقط تقاطع** (C_f) **مع المستقيم الافقي الذي معادلته** $y=m$ **ومنه حسب الشكل نجد:**

- **لما** $m\in\left]-\infty;f(\alpha)\right[$ **: فان للمعادلة حل وحيد.**
- **لما** $m=f(\alpha)$ **او** $m=-3$ **فان للمعادلة حلين.**
- **لما** $m\in\left]f(\alpha);-3\right[$ **فان للمعادلة ثلاث حلول.**
- **لما** $m\in\left]-3;+\infty\right[$ **فان للمعادلة حل وحيد.**

انتهى.

لوطاية في : $03\,/\,12\,/\,2019$