الجمهورية الجزائرية الشعبية الديمقراطية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية بولاية تمنراست – ثانوية الشيخ أمود   السنة الدراسية : 2020/2019

المستوى : الثالثة العلوم التجريبية   المدة : ثلاث ساعات

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(04 نقاط) :

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير

1. مجموعة حلول المعادلة $2e^{2x}-13e^{x}+15=0$ هي

أ - $\left\{\frac{3}{2};5\right\}$	ب - $\left\{\ln\left(\frac{3}{2}\right);\ln(5)\right\}$	ج- $\{\ \}$

2. الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية $y'+3y=12$ حيث $f(1)=2$ هو

أ - $f(x)=2e^{-3x+3}+4$	ب - $f(x)=-2e^{-3x+3}+4$	ج- $f(x)=-2e^{-3x+1}+4$

3. إذا كانت $f(x)=5^{x}$ فإن $f'(x)$ تساوي

أ. $-\frac{5^{x}}{x}$	ب. 5^{x-1}	ج- $5^{x}.\ln(5)$

4. حلول المعادلة $2^{x+3}=1024$ هي

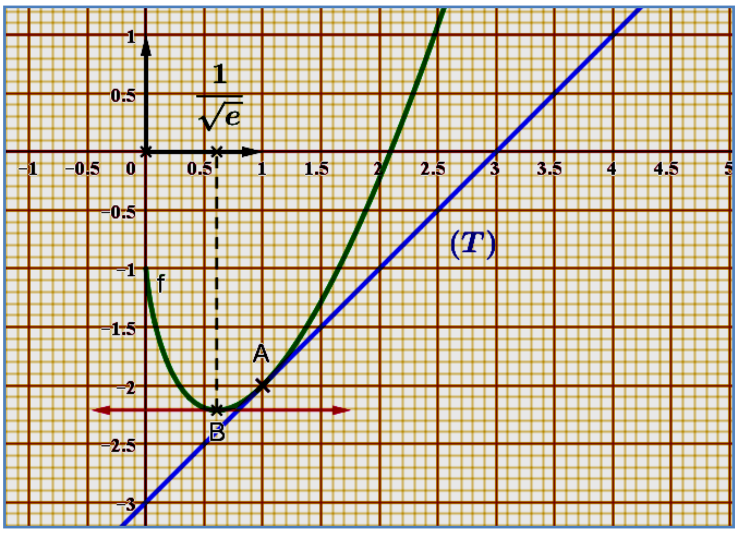
أ - $\ln 2$	ب - $\ln(7)$	ج- 7

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{x}$ تساوي

أ - 3	ب - $\frac{1}{3}$	ج- $-\frac{1}{3}$

التمرين الثاني(04 نقاط) :

لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=2x\ln x-x-1$ و تمثيلها البياني (C_h) و المماس (T) للمنحنى (C_h) عند النقطة $A(1;-2)$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



I - بقراءة بيانية :

1. حدد $h'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ و $h(1)$ و $h'(1)$.
2. عين معادلة المستقيم (T).
3. $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}h(x)$
4. شكل جدول تغيرات الدالة h .
5. حلول المتراجحة $h'(x)>1$.

II - بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $2{,}09<\alpha<2{,}1$ ثم أستنتج إشارة $h(x)$

التمرين الثالث(05 نقاط) :

x	$-\infty$		-4		-1		$-\frac{2}{3}$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$	0	$-$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	↘	$\frac{25}{9}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↗	1	↘	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

نعتبر الدالة f معرفة بجدول تغيراتها المقابل

I - من جدول التغيرات عين ما يلي

1. مجموعة تعريف الدالة f
2. نهايات الدالة عند أطرف مجموعة تعريفها المفتوحة ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة .
3. إشارة $f(x)$.
4. الأعداد الحقيقية a ; b ; c حيث أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2-x-2}$

II - (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 - أنشئ المستقيمات المقاربة و المنحنى (C).

2 - ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=2-x+e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
2. أستنتج إشارة $g(x)$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ فسر النتيجة بيانياً
2. أ-بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

   ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
3. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-x}.g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين إحداثياتها ثم أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة w.
5. أ-بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0{,}39\le\alpha\le 0{,}41$

   ب- أنشئ (Δ) و (C_f)

بالتوفيق للجمع – أساتذة المادة

التصحيح المفصل للاختبار الأول

التمرين الأول(04 نقاط) :

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير

1. مجموعة حلول المعادلة $2e^{2x}-13e^{x}+15=0$

بتغير المتغير و وضع $t=e^{x}$ نصبح المعادلة $2t^{2}-13t+15=0$ نحسب المميز $\Delta=49$ و منه الحلي هذه المعادلة هما $5\ ;\ \frac{3}{2}$

نعود للمتغير الأول $e^{x}=5\ \ or\ \ e^{x}=\frac{3}{2}$ و منه $x=\ln(5)\ \ or\ \ x=\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ و منه الإجابة الصحيحة هي ب.

2. الحل الخاص f للمعادلة التفاضلية $y'+3y=12$ حيث $f(1)=2$

لدينا $y'+3y=12$ يكافئ $y'=-3y+12$ حلها f حيث $f(x)=Ce^{-3x}+4$ و $f(1)=2$ يعني أن $Ce^{-3}+4=2$ و منه $C=-2e^{3}$ بالتعويض نجد $f(x)=-2e^{-3x+3}+4$ و منه الإجابة الصحيحة هي ب.

3. إذا كان $f(x)=5^{x}$ أي أن $f(x)=e^{x\ln 5}$ فإن $f'(x)=\ln(5).e^{x\ln 5}$ أي أن $f'(x)=\ln(5).5^{x}$ الإجابة الصحيحة ج.

4. حلول المعادلة $2^{x+3}=1024$: $2^{x+3}=1024$ يكافئ $2^{x+3}=2^{10}$ يكافئ $x+3=10$ أي أن $x=7$ الإجابة الصحيحة هي ج .

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{x}$ نستخدم العدد المشتق بوضع $g(x)=\ln(1+3x)$ نجد أن $g'(x)=\frac{3}{1+3x}$ و منه $g(0)=0$ و $g'(0)=3$ إذن $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)-g(0)}{x}=g'(0)=3$ و منه الإجابة الصحيحة أ .

التمرين الثاني(04 نقاط) :

I - بقراءة بيانية :

1. تحديد $h'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=0$ لأن $\frac{1}{\sqrt{2}}$ فاصلة الذروة

و $h(1)=-2$

و $h'(1)$ هو معامل توجيه المماس (T) المار بالنقطتين $A(1;-2)\ ;\ C(3;0)$ و منه $h'(1)=\frac{-2-0}{1-3}=1$

2. تعيين معادلة المستقيم (T) معامل توجيهه 1 و يمر من النقطة $D(0;-3)$ معادلته هي $y=x-3$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}h(x)=1$

4. جدول تغيرات الدالة h :

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$h(x)$	-1	$\searrow$	$h\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

5. حلول المتراجحة $h'(x)>1$ هي $]1;+\infty[$

- II إثبات أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد α: حيث $2,09<\alpha<2,1$ لدينا $h(2,09)=-0,008$ و $h(2,1)=0,016$ و

الدالة مستمرة و متزايدة على المجال $]1;+\infty[$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد α: حيث

$2,09<\alpha<2,1$

استنتاج إشارة $h(x)$: هي موجبة على المجال $]\alpha;+\infty[$ و سالبة على المجال $]0;\alpha[$

التمرين الثالث(05 نقاط) :

نعتبر الدالة f معرفة بجدول تغيراتها المقابل

x	$-\infty$		-4		-1		$-\frac{2}{3}$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖		$+$		0		$-$		‖	$-$	
$f(x)$	3	↘	$\frac{25}{9}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↗	1	↘	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

- I من جدول التغيرات عين ما يلي

1. مجموعة تعريف الدالة f هي

$D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;2[\cup]2;+\infty[$

2. النهايات الدالة عند أطرف مجموعة تعريفها المفتوحة:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=-\infty$ و

$\lim_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=+\infty$.

استنتاج معادلات المستقيمات المقاربة : $y=3$ و $x=-1$ و $x=2$.

3. إشارة $f(x)$:

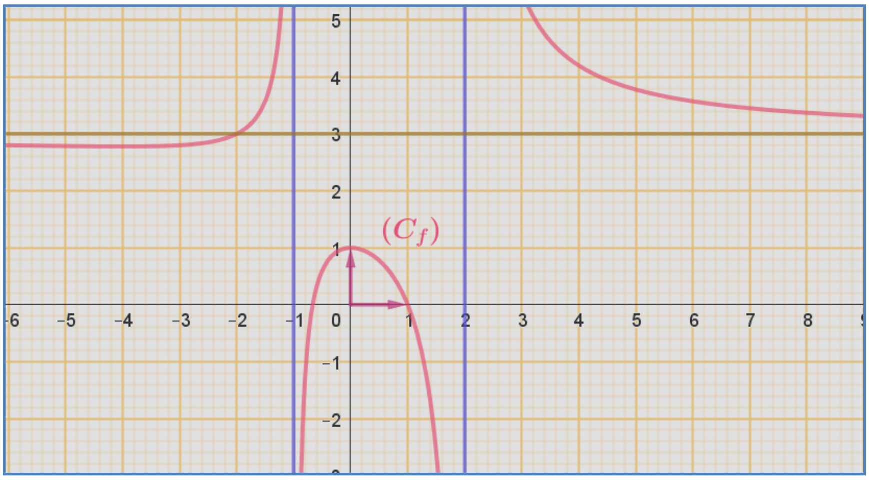
x	$-\infty$		-1		$-\frac{2}{3}$		1		2		$+\infty$
إشارة $f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

4. تعيين الأعداد الحقيقية a ; b ; c حيث أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-x-2}$:

لدينا $f(0)=1$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ و $f(-4)=\frac{25}{9}$ أي أن $\frac{c}{-2}=1$ و $a=3$ و $\frac{16a-4b+c}{18}=\frac{25}{9}$ و منه $c=-2$ و

$\frac{48-4b-2}{18}=\frac{25}{9}$ أي ان $-4b=4$ إذن $b=-1$ و منه $f(x)=\frac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$

- II (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1. أنشاء المستقيمات المقاربة و المنحنى (C)....
2. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

$f(x)=m$ حلها هو ايجاد فواصل تنقط تقاطع المنحنى (C) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=m$

المناقشة :

لما $m\in]-\infty;1[$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفتان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

لما $m=1$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطة فاصلتها معدومة و منه للمعادلة حل وحيد معدوم .

لما $m\in\left]1\,;\,\frac{25}{9}\right[$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .

لما $m=\frac{25}{9}$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حل وحيدسالب .

لما $m\in\left]\frac{25}{9};3\right[$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطتين فاصلتاهما سالبتان و منه للمعادلة حلين سالبين .

لما $m=3$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حل وحيد سالب .

لما $m\in]3;+\infty[$ نلاحظ أن (C) و (Δ_m) يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفتان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=2-x+e^{x}$

1. دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(2-x)=+\infty$

المشتقة : $g'(x)=-1+e^{x}$

تنعدم عند 0 و موجبة على المجال $[0;+\infty[$ و منه g متزايد على $[0;+\infty[$

و سالبة على المجال $]-\infty;0]$ و منه g متناقصة على $]-\infty;0]$

جدول تغيراتها

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

2. إشارة $g(x)$ موجبة لأنها الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى 3

II - لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{-x}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x}=0$ احتمال وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

2. أ-بإثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$: لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)\,e^{-x}=0$ و $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و منه $y=x$ معادلة مستقيم مقارب مائل أي (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ت- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ): ندرس إشارة الفرق $f(x)-y=(x-1)e^{-x}$ إشارته من إشارة $(x-1)$ ومنه الفرق موجب على المجال $]1;+\infty[$ أي أن (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $]1;+\infty[$.

الفرق سالب على المجال $]-\infty;1[$ أي أن (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]-\infty;1[$.

3. إثبات أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-x}.g(x)$: $f'(x)=1+e^{-x}-(x-1)e^{-x}$ أي أن $f'(x)=1+(2-x)e^{-x}$

أي أن $f'(x)=\left(e^{x}+2-x\right)e^{-x}$ أي أن $f'(x)=g(x).e^{-x}$ و هو المطلوب .

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ و إشارة $g(x)$ موجبة و منه f متزايدة على $\mathbb{R}$.

جدول تغيرات :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

4. إثبات أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف w : $f'(x)=1+(2-x)e^{-x}$ ومنه $f''(x)=-e^{-x}-(2-x)e^{-x}$ أي أن $f''(x)=-(3-x)e^{-x}$ و هي تنعدم عند 3 و موجبة على المجال $]3;+\infty[$ و سالبة على المجال $]-\infty;3[$ و منه النقطة ذات الفاصلة 3 هي نقطة انعطاف أي أن $w\left(3\,;\,3+\dfrac{2}{e^3}\right)$.

كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة w : $y=f'(3)(x-3)+f(3)$ أي $y=\left(1-\dfrac{1}{e^3}\right)(x-3)+3+\dfrac{2}{e^3}$ أي أن $y=\left(1-\dfrac{1}{e^3}\right)x+\dfrac{5}{e^3}$.

5. أ-إثبات أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0{,}39\le\alpha\le0{,}41$:

$f(0{,}39)=-0{,}02$ و $f(0{,}41)=0{,}01$ و بما أن الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α أي أن فاصلة نقطة تقاطع (C_f) و حامل محور الفواصل هي α.

ب- أنشاء (Δ) و (C_f) :