



امتحان الثلاثي الأول

المدة: ساعتين

المادة: رياضيات

التمرين الأول (12 نقطة)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

(1) أ/ أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R} ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب/ بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) > 0$

ج/ أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

(II) لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب/ بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = e^{-x}g(x)$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f)

ج/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ وفسر النتيجة بيانيا

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمستقيم $y = x$ بالنسبة للمنحنى (C_f)

(3) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$

ب/ استنتاج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطي انعطاف يطلب تعين فاصلاتها

(4) بين أنه يوجد مماسين للمنحنى (C_f) يوازيان المستقيم (Δ) ، (لا يطلب تعين معادلتيهما)

(5) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

(6) $h(x) = f(x^2)$ هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عِّين اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

(7) لتكن المتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل n من \mathbb{N}

أ/ برهن بالترابع أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n \leq 1$

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة

ج/ استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها

التمرين الثاني(8 نقاط)

$$g(x) = x + 3 - (x + 2) \ln(x + 2) \quad \text{على المجال } [-2; +\infty] \quad \text{بـ:} \quad -I$$

1) بقراءة بيانية ، شكل جدول تغيرات g

2) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α بحيث: $1,5 < \alpha < 1,6$

3) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$

$$f(x) = \frac{\ln(x + 2)}{x + 3} \quad \text{بـ:} \quad -II$$

(C_f) منحناها البياني في معلم متعمد ومتجانس

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 2)(x + 3)^2} :]-2; +\infty[$$

2) بين أنه من أجل كل x من $] -2; +\infty [$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2; +\infty[$ ، وشكل جدول تغيراتها

$$f(\alpha) = \frac{1}{(\alpha + 2)} : \text{ بين أن:} \quad f(\alpha) \text{ ، ثم عين حصراً للعدد}$$

أ/ عين نقاط تقاطع المنحني (C_f) مع محوري الإحداثيات

ب/ عين معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6) ارسم المنحني (C_f) و (T)

... موفقة ... ون ..

لا توقف عن مطاردة أحلامك