

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6ن)

فيما يلي أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مرة:

1. الدالة المعرفة على $[0; 2\pi]$ كما يلي: $f(x) = e^{-x} \sin x$, وليكن (c_f) منحناها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

• من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون: $f'(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$

• من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون: $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cos(x + \frac{\pi}{4})$

• المماس للمنحنى (c_f) عند المبدأ معادلته هي: $y = x$

• من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ يكون: المنحنى (c_f) يقع بين المنحنيين (c_h) و (c_g)

حيث: $h(x) = -e^{-x}$ و $g(x) = e^{-x}$

• المنحنيان (c_f) و (c_g) لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي: π

2. الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $k(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2 + 1)$, وليكن (c_k) منحناها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

• المبدأ O هو مركز التناظر للمنحنى (c_k)

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$

• من اجل كل عدد حقيقي x تكون: $k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$

• من اجل كل عدد حقيقي x من $[0; 1]$ تكون: $k(x) > 0$

• المعادلة $k(x) = 1$ لا تقبل حولا على المجال $[0; 1]$

التمرين الثاني: (6ن):

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E): y' = -3y + 4e^{-2x}$

(1) عين العدد الحقيقي λ حتى تكون الدالة g المعرفة على \mathbb{R} : $g(x) = \lambda e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E)

(2) بين ان الدالة f تكون حلا ل (E) اذا وفقط اذا كانت الدالة $(f - g)$ حلا للمعادلة

التفاضلية $(E'): y' = -3y$

(3) حل المعادلة (E') ثم استنتج حلول المعادلة (E)

I. الدالة المعرفة على \mathcal{R} كما يلي: $g(x) = 2 + \left(\frac{x}{2} - 1\right)e^{-\frac{x}{2}}$

(1) احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) برر أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على \mathcal{R} ثم تحقق أن $\alpha \in]-0,8; -0,7[$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ وذلك حسب قيم x

II. الدالة المعرفة على \mathcal{R} كما يلي: $f(x) = 2x + 5 - xe^{-\frac{x}{2}}$

(c_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس ($o; \vec{i}; \vec{j}$)

.1

A. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

B. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2x + 5$ مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس

وضعية (c_f) بالنسبة الى (Δ)

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن $f(\alpha) = 5 + \frac{2\alpha^2}{\alpha-2}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

4. برر وجود مماس (T) للمنحنى (c_f) يكون موازيا للمستقيم (Δ) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها

5. أنشئ كلا من (Δ) و (T) والنحنى (c_f) في المستوي السابق

6. نعتبر العدد الحقيقي λ والمعادلة ذات المجهول x التالية: $(E): (5 - \lambda)e^{\frac{x}{2}} - x = 0$

• ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط λ عدد وإشارة حلول المعادلة (E)

بالتوفيق - عن أستاذة المادة -