**ثانوية: محمد العربي بعرير طولقــة** **السنة الدراسية: 2020/2019**

**المستوى : ثالثة رياضي** **الوقت : 4 سا**

## اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيــات

### التمرين الأول:

$f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ بــ: $f(x)=\frac{1}{3}(2x+\frac{1}{x^2})$

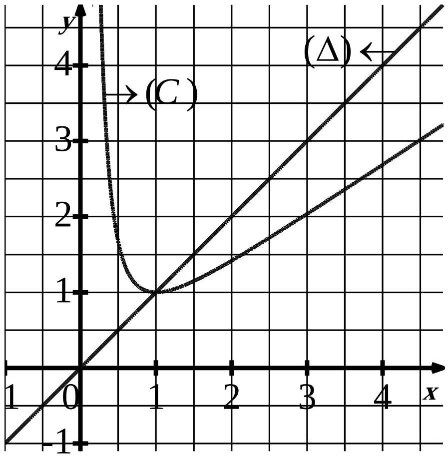
$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بــحدها الأول $u_0=3$

ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

وليكن $(C)$ التمثيل البياني للدالة $f$

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)




1°) مثل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها

2°) أ°/ أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n\le 3$

ب°/ أثبت أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة

3°) أ°/ بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-1\le\frac{2}{3}(u_n-1)$

ب°/ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n-1\le 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

### التمرين الثاني

في كل ما يلي $n$ عدد طبيعي غير معدوم

من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم نعرف الدالة $f_n$ على المجال $]-1\,,+\infty[$ بــ : $f_n(x)=x^n\ln(x+1)$

و $(C_n)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) لتكن $g_n$ الدالة المعرفة على المجال $]-1\,,+\infty[$ بــ : $g_n(x)=n\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$

برهن أن :

أ°/ اذا كان : $-1<x<0$ فإن $g_n(x)<0$

ب°/ اذا كان : $x>0$ فإن $g_n(x)>0$

2°) أ°/ أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)$ ثم $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f_n(x)$ (لاحظ $n$ زوجي و $n$ فردي)

ب°/ تحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]-1\,,+\infty[$

$f_1'(x)=g_1(x)$ ومن أجل كل $n>1$ : $f_n'(x)=x^{n-1}g_n(x)$

ج°/ شكل جدول تغيرات الدالة $f_n$

3°) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين $(C_1)$ و $(C_2)$

4°) أرسم $(C_1)$ ، $(C_2)$

**اقلب الصفحة**

## التمرين الثالث:

لتكن المعادلة التفاضلية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $y'+y=4xe^{x}$.......(1)

1°) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية $y'+y=0$.......(2) حيث $y$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2°) أ°/ بين أن الدالة $u$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x)=(2x-1)e^{x}$ هي حلا للمعادلة (1)

ب°/ اثبت أن: الدالة $v$ حلا للمعادلة (2) معناه الدالة $u+v$ حلا للمعادلة (1)

جـ°/ استنتج مجموعة حلول المعادلة (1)

3°) عين الدالة $f$ حيث $f$ هي حل للمعادلة التفاضلية (1) و تحقق $f(0)=1$

4°) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $w_n=e^{-n}f(n)$

أحسب بدلالة $n$ المجموع $s_n$ حيث : $s_n=w_0+w_1+.....+w_{n-1}$

## التمرين الرابع

I) لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=4e^{-x}-4x+5$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2°) أدرس تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]1.45\ ;\ 1.5[$

4°) استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{(4x-1)e^{-x}}{1+e^{-x}}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2°) أ°/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب°/ بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=4x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني $(C_f)$

جـ°/ أدرس وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

3°) أ°/ بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=\dfrac{e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^2}$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة $f$

ب°/ بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصراً للعدد $f(\alpha)$

4°) أرسم $(\Delta)$ و $(C_f)$

5°) $m$ وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد واشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx-1$

انتهى بالتوفيق