

## الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (3 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة والمستمرة على المجال  $[0; 1]$  بحيث  $f(0) = f(1)$  و  $p$  عدد طبيعي ثابت يحقق  $p > 1$

$$\text{اثبت أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي } \alpha \text{ من المجال } [0; 1] \text{ يحقق: } f\left(\alpha + \frac{1}{p}\right) = f(\alpha)$$

التمرين الثاني: (17 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = x^3 - 3x - 4$ .

(1) أ) برر أن  $g$  مستمرة على  $\mathbb{R}$ .

ب) أحسب نهايتي  $g(x)$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .

ج) أدرس اتجاه تغير  $g$  ثم انشيء جدول تغيراتها.

(2) أ) برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  في المجال  $[2; 2,5]$  يحقق  $g(\alpha) = 0$ .

ب) استنتج إشارة  $g(x)$ .

(II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1; -1\}$  ب:  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

و  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول هي 2cm)

(1) أحسب نهايات  $f(x)$  عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسرها هندسيا.

(2) أ) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي  $x \in D_f$  فان:  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) تحقق أنه من اجل كل  $x \in D_f$  فان:  $f(x) = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

ب) استنتج ان  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له بجوار كلا من  $-\infty$  و  $+\infty$ .

ج) أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

(4) أنشيء  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .