مديرية التربيـــــية لولايـــة ميـــــــلة
متقن سرار عبد الحمــــيد –زغـــاية –

BAC2020

المستـــــــوى : 3 تـــــــــــر
يـــــوم : 02 /03/ 2020

المـــــدة : ساعـــــــــــتـــان

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6.5 نقاط) :

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث :

U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الارقام { 0 ، 1 ، 1، 1 ، 1-} وثلاث كرات خضراء تحمل الارقام {1 ، 1 ، 0}

U_2 يحتوي على اربع كرات حمراء تحمل الارقام{ 1 ، 1، 1، 2} وكرتين خضراوين تحملان الرقمين{ 1 ، 0} .

(كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) .

I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين فإذا كان U_1 نسحب منه ثلاث كرات على التوالي بدون ارجاع وإذا كان U_2 نسحب منه ثلاث كرات على التوالي بالإرجاع .

✓ أحسب احتمال الحوادث الاتية :

A " سحب ثلاث كرات من نفس اللون ".

B" سحب كرتين تحملان نفس الرقم ".

C " سحب كرة حضراء على الاقل ".

D " سحب ثلاث كرات جداء ارقامهم معدوم "

F " سحب ثلاث كرات مجموع ارقامهما معدوم "

II) نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعها في صندوق واحد U_3 . نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 كرتين في آن واحد. وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الارقام التي تحملهما الكراتين المسحوبتين

1- عين قيم المتغير العشوائي X.

2- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني (6.5 نقاط):

1) (w_n) متتالية هندسية متزايدة وحدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول w_0 واساسها q

أ) أحسب w_2 و الأساس q للمتتالية (w_n) علما أن :
$$\begin{cases} w_1 + 2w_2 + w_3 = 48 \\ w_1 \times w_3 = 81 \end{cases}$$

ب) أكتب w_n بدلالة n

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4 \end{cases}$$

أ) أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3^n + 2$

ب) احسب بدلالة n كلا من المجموعين التاليين :
$$S_n = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n \quad \text{و} \quad T_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots\dots + u_n^2$$

3) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

ب) استنتج رقم أحاد العدد $(2023)^{2019}$

ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث
$$\begin{cases} -13^{12n+9} + (2019)^{2n+1} + u_{8n+2} + u_{4n+3} + 7n \equiv 0[10] \\ 2 \le n \le 42 \end{cases}$$

التمرين الثالث (07 نقاط):

I. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2\ln x - x + 1$

1)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$

2)أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين هما 1 و α حيث : $3.5 < \alpha < 3.7$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$

II. لتكن الدّالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(x) = 4x\ln x - x^2 - 2x + 3 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o\,,\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{f(x)-3}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟.

3) أ) ببين أنّه من أجل كلّ x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x) = 2g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدّالة f على $]0;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

ج) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا

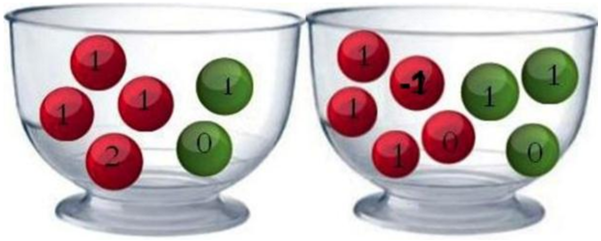
4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A ثم اكتب معادلة للمماس (T) عندها.

5) أنشئ في نفس المعلم (C_f) و (T) نأخذ $f(\alpha) = 1.3$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$

أساتذة المادة : يتمنون لكم كل التوفيق في البكالوريا

التمرين الأول (6.5 نقاط):



I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين فإذا كان U_1 نسحب منه ثلاث كرات على التوالي بدون ارجاع وإذا كان U_2 نسحب منه ثلاث كرات على التوالي بالارجاع .

✓ حساب احتمال الحوادث الاتية :

A " سحب ثلاث كرات من نفس اللون ". (سحب ثلاث كرات حمراء او سحب ثلاث كرات خضراء من U_1) او (سحب ثلاث كرات حمراء او سحب ثلاث كرات خضراء من U_2)

$$p(A)=p(u_1\cap A)+p(u_2\cap A)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{A_5^3+A_3^3}{A_8^3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{4^3+2^3}{6^3}\right)=\frac{33}{336}+\frac{36}{216}=\frac{33}{336}+\frac{1}{6}=\boxed{\frac{267}{1008}}$$

B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم ". (سحب كرتين تحملان رقم 0 او سحب كرتين تحملان رقم 1 من U_1) او (سحب كرتين تحملان رقم 0 او سحب كرتين تحملان رقم 1 او سحب كرتين تحملان رقم 2 من U_2)

$$p(B)=p(u_1\cap B)+p(u_2\cap B)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{(3\times A_5^2\times A_3^1)+(3\times A_2^2\times A_6^1)}{A_8^3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{(3\times 1^2\times 5^1)+(3\times 4^2\times 2^1)+(3\times 1^2\times 5^1)}{6^2}\right)$$
$$=\frac{120}{336}+\frac{63}{216}=\frac{5}{14}+\frac{7}{24}=\frac{120+98}{336}=\boxed{\frac{109}{168}}$$

C " سحب كرة حضراء على الاقل ".(سحب كرة خضراء وكرتين حمراويتين او سحب كرتين خصرايتين وكرة حمراء او سحب ثلاث كرات خضراء من U_1) او (سحب كرة خضراء وكرتين حمراويتين او سحب كرتين خضرايتين وكرة حمراء او سحب ثلاث كرات خضراء من U_2)

$$p(C)=p(u_1\cap C)+p(u_2\cap C)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3\times A_3^1\times A_5^2+3\times A_3^2\times A_5^1+A_3^3}{A_8^3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{3\times 2^1\times 4^2+3\times 2^2\times 4^1+2^3}{6^3}\right)$$
$$=\frac{138}{366}+\frac{76}{216}=\frac{69}{183}=\boxed{\frac{7203}{9882}}$$

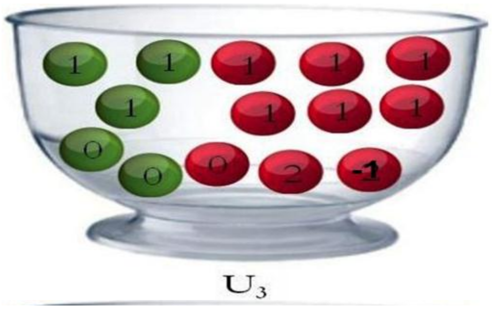
D " سحب ثلاث كرات جداء ارقامهم معدوم "(سحب كرة تحملان رقم 0 وكرتين لا تحملان رقم 0 او سحب كرتين تحملان رقم 0 وكرة لا تحمل رقم 0 من U_1) او (سحب كرة تحملان رقم 0 وكرتين لا تحملان رقم 0 او سحب كرتين تحملان رقم 0 وكرة لاتحمل رقم0 او سحب ثلاث كرات تحمل رقم0 من U_2)

$$p(D)=p(u_1\cap D)+p(u_2\cap D)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3\times A_2^1\times A_6^2+3\times A_2^2\times A_6^1}{A_8^3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{3\times 1^1\times 5^2+3\times 1^2\times 5^1+1^3}{6^3}\right)$$
$$=\frac{108}{366}+\frac{91}{216}=\frac{54}{183}+\frac{91}{216}=\boxed{\frac{28317}{39528}}$$

F " سحب ثلاث كرات مجموع ارقامهم معدوم "(سحب كرة تحملان رقم 0 وكرة تحمل رقم 1 وكرة تحمل رقم -1 او سحب ثلاث كرات تحمل رقم 0 من U_1) او (سحب ثلاث كرات تحمل رقم 0 من U_2)

$$p(F)=p(u_1\cap F)+p(u_2\cap F)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{6\times A_2^1\times A_5^1\times A_1^1+\times A_1^1}{A_8^3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1^3}{6^3}\right)=\frac{61}{732}+\frac{1}{432}=\boxed{\frac{28317}{312336}}$$

II) نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 كرتين في آن واحد. وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الارقام التي تحملهما الكراتين المسحوبتين



1. القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي: 0 ، 1 ، 2 ، -1 ، -2
2. قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

- يتحقق الحدث $(X=0)$ إذا سحبنا كرة تحمل رقم 0 وكرة لاتحمل رقم 0 او سحبنا كرتين تحملان رقم 0 :

$$P(X=0)=\frac{C_3^1\times C_{11}^1+C_3^2}{C_{14}^2}=\frac{33+3}{91}=\boxed{\frac{36}{91}}$$

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا سحبنا كرتين تحملان رقم 1 :

$$P(X=1)=\frac{C_9^2}{C_{14}^2}=\boxed{\frac{36}{91}}$$

- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا سحبنا كرة تحمل رقم 1 وكرة تحمل رقم 2 :

$$P(X=2)=\frac{C_9^1\times C_1^1}{C_{14}^2}=\boxed{\frac{9}{91}}$$

- يتحقق الحدث $(X=-1)$ إذا سحبنا كرة تحمل رقم 1- وكرة تحمل رقم 1:

$$P(X=-1)=\frac{C_1^1\times C_9^1}{C_{14}^2}=\boxed{\frac{9}{91}}$$

- يتحقق الحدث $(X=-2)$ إذا سحبنا كرة تحمل رقم 1- وكرة تحمل رقم 2 :

$$P(X=-2)=\frac{C_1^1\times C_1^1}{C_{14}^2}=\boxed{\frac{1}{91}}$$

- نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	-1	-2
$P(X=x_i)$	$\frac{36}{91}$	$\frac{36}{91}$	$\frac{9}{91}$	$\frac{9}{91}$	$\frac{1}{91}$

- الأمل الرياضياتي :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i\times p_i=\left(0\times\frac{36}{91}\right)+\left(1\times\frac{36}{91}\right)+\left(2\times\frac{9}{91}\right)+\left((-1)\times\frac{9}{91}\right)+\left((-2)\times\frac{1}{91}\right)$$
$$=\frac{36+18-9-2}{91}=\boxed{\frac{43}{91}}$$

التمرين الثاني (6.5 نقاط):

1) (w_n) متتالية هندسية متزايدة وحدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول w_0 واساسها q

أ) حســـاب w_2 و الأساس q للمتتالية (w_n) علما أن : $\begin{cases} w_1+2w_2+w_3=48\\ w_1\times w_3=81\end{cases}$

من الوسط الهندسي لدينا $w_1\times w_3=w_2^2$ بالتعويض نجد $w_2^2=81$ ومنه $w_2=\sqrt{81}=9$ لأن حدود المتتالية موجبة

ولديـــنا $w_n=u_p\times q^{n-p}$ اذن $w_n=u_2\times q^{n-2}=9\times q^{n-2}$ ومنه $\begin{cases} w_1=9\times q^{1-2}=9\times q^{-1}\\ w_3=9\times q^{3-2}=9\times q^1\end{cases}$ بالتعويض في المعادلة

الاولى نجد $9\times q^{-1}+18+9\times q=48$ يكافئ $\frac{9}{q}+9\times q=48-18$ يكافئ $\frac{9+9\times q^2}{q}=30$ يكافئ

$9+9q^2=30q$ يكافئ $9q^2-30q+9=0$ يكافئ $\Delta=(-30)^2-4\times9\times9=900-324=576>0$ للمعادلة

حلين متمايزين هما $\begin{cases} q=\dfrac{30+\sqrt{576}}{18}=\dfrac{30+24}{18}=3 \\ q'=\dfrac{30-\sqrt{576}}{18}=\dfrac{30-24}{18}=\dfrac{6}{18}<1 \end{cases}$ ، q' مرفوض لان المتتالية متزايدة وحدودها موجبة

ومنه $q=3$

ب) كتابة w_n بدلالة n : $w_n=u_2\times q^{n-2}=9\times3^{n-2}=9\times3^n\times3^{-2}=9\times3^n\times\dfrac{1}{3^2}=3^n$ أي $\boxed{w_n=3^n}$

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بــ : $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=3u_n-4 \end{cases}$

أ) إثبات أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n=3^n+2$

لتكن الخاصية $p(n)$: من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n=3^n+2$

✓لما $n=0$ نجد: $u_0=3^0+2=3$ ومنه $p(0)$ محققة

نفرض أن $p(n)$ صحيحة أي نفرض انه أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_n=3^n+2$

ونبرهن أن $p(n+1)$ صحيحة أي نبرهن انه أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_{n+1}=3^{n+1}+2$

لدينا : $u_{n+1}=3u_n-4$ و $u_n=3^n+2$ ومنه $u_{n+1}=3(3^n+2)-4=3\times3^n+6-4=3^{n+1}+2$

إذن $p(n+1)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n ومنه حسب مبدأ الإستدلال بالتراجع فإن $p(n)$ صحيحة أي انه من من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_n=3^n+2$

ب) حساب بدلالة n كلا من المجموعين التاليين :

$S_n=u_0+u_1+......+u_n$ و $T_n={u_0}^2+{u_1}^2+......+{u_n}^2$

لدينا $u_n=3^n+2=w_n+2$ و $w_0=1$ منه

$$\begin{aligned} S_n&=u_0+u_1+......+u_n=(w_0+2)+(w_1+2)+.....+(w_n+2)\\ &=(w_0+2+w_1.....+w_n)+(2+2+.....+2)\\ &=w_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)+(n+1)\times2=1\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right)+2(n+1)=\left(\frac{3^{n+1}-1}{2}\right)+2(n+1) \end{aligned}$$

لدينا $u_n^2=(w_n+2)^2=w_n^2+4w_n+4$ ومنه

$$\begin{aligned} T_n&={u_0}^2+{u_1}^2+......+{u_n}^2=(w_0^2+4w_0+4)+(w_1^2+4w_1+4)+.....+(w_n^2+4w_n+4)\\ &=(w_0^2+w_1^2+....+w_n^2)+4(w_0+w_1+....+w_n)+(4+4+....+4)\\ &=w_0^2\times\left(\frac{{q^2}^{\,n+1}-1}{q-1}\right)+4w_0\times\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)+(n+1)\times4\\ &=1^2\times\left(\frac{{3^2}^{\,n+1}-1}{3-1}\right)+4\times1\times\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right)+4(n+1)\\ &=\frac{9^{n+1}-1}{2}+2(3^{n+1}-1)+4(n+1)=\frac{9^{n+1}-1}{2}+2\times3^{n+1}+4n+2 \end{aligned}$$

3) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

لدينا: $3^0 \equiv 1[10]$ ، $3^1 \equiv 3[10]$ ، $3^2 \equiv 9[10]$ ، $3^3 \equiv 7[10]$ ، $3^4 \equiv 1[10]$ ومنه الدور هو 4 ويكون من اجل كل k من $\mathbb{N}$ فإن $3^{4k} \equiv 1[10]$ ، $3^{4k+1} \equiv 3[10]$ ، $3^{4k+2} \equiv 9[10]$ ، $3^{4k+3} \equiv 7[10]$

$n =$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
$3^n \equiv .[10]$	1	3	9	7

ب) استنتاج رقم أحاد العدد 2023^{2019}

رقم أحاد العدد 2023^{2019} هو نفسه باقي قسمة 2023^{2019} على 10 وبما ان $2019 = 4 \times 504 + 3$ و $2023 \equiv 3[10]$ فإن $2023^{2019} \equiv 7[10]$ اذن رقم احاده هو 7

ج) تعين قيم العدد الطبيعي n بحيث $\begin{cases} -13^{12n+9} + (2019)^{2n+1} + u_{8n+2} + u_{4n+3} + 7n \equiv 0[10] \\ 2 \leq n \leq 42 \end{cases}$

✓ $13 \equiv 3[10]$ و $13^{12n+9} = 13^{3\times(4n+3)} = (13^{4n+3})^3$ ومنه $13^{4n+3} \equiv 7[10]$ اذن $(13^{4n+3})^3 \equiv 7^3[10]$ اي $(13^{4n+3})^3 \equiv 343[10]$ وبالتالي $(13^{4n+3})^3 \equiv 3[10]$ ومنه $13^{12n+9} \equiv 3[10]$

✓ $2019 \equiv 9[10]$ ومنه $2019 \equiv -1[10]$ و $2n+1$ عدد فردي ومنه $2019^{2n+1} \equiv -1[10]$

✓ $u_{8n+2} = 3^{8n+2} + 2$ و $3^{8n+2} = 3^{4(2n)+2}$ وبالتالي $3^{8n+2} \equiv 9[10]$ ومنه $u_{8n+2} \equiv 11[10]$ اي $u_{8n+2} \equiv 1[10]$

✓ $u_{4n+3} = 3^{4n+3} + 2$ و $3^{4n+3} \equiv 7[10]$ ومنه $u_{4n+3} \equiv 9[10]$

$-13^{12n+9} + (2019)^{2n+1} + u_{8n+2} + u_{4n+3} + 7n \equiv 0[10]$ يكافئ $-3-1+1+9+7n \equiv 0[10]$ يكافئ $6+7n \equiv 0[10]$ يكافئ $7n \equiv -6[10]$ يكافئ $7n \equiv 14[10]$ و 7 اولي مع 10 ومنه $n \equiv 2[10]$ اذن $p \in \mathbb{N}$ $\begin{cases} n = 10p+2 \\ 2 \leq n \leq 42 \end{cases}$ ومنه $2 \leq 10p+2 \leq 42$ يكافئ $\frac{2-2}{10} \leq p \leq \frac{42-2}{10}$ يكافئ $0 \leq p \leq 4$ إذن $p \in \{0;1;2;3;4\}$ يكافئ $n \in \{2;12;22;32;42\}$

التمرين الثالث (07 نقاط):

I) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2\ln x - x + 1$

1) حساب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} g(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 2\ln x - x + 1 = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{2\ln x}{x} - 1 + \frac{1}{x}\right) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} g(x) = \lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} 2\ln x - x + 1 = -\infty$$

2) دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

الدالة g قابلة للاشتقاق على D_g : $g'(x) = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}$

اشارة $g'(x)$ من اشارة $2-x$ لأنه مهما يكن $x \in D_g$ فإن $x > 0$ ، $2 - x = 0$ يكافئ $x = 2$

x	0		2		$+\infty$
$2-x$	||	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	||	$+$	0	$-$	

لما $x \in]0;2[$ فإن $g'(x) > 0$ وبالتالي الدالة g متزايدة على هدا المجال

لما $x \in]2;+\infty[$ فإن $g'(x) < 0$ وبالتالي الدالة g متناقصة على هدا المجال

لما $x = 2$ فإن $g'(x) = 0$

جدول التغيرات :

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$g(2)=\ln 4-1$	$\searrow$	$-\infty$

3) إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين هما 1 و α حيث : $3.5<\alpha<3.7$ ، ثم استنتاج اشارة $g(x)$

$g(1) = 2\ln 1 - 1 + 1 = 0$ ومنه $g(1) = 0$

من جدول التغيرات نلاحظ أنّ g دالة مستمرة ومتزايدة تماما (رتيبة) على المجال $]2;+\infty[$فهي مستمرة ورتيبة على المجال $]3.5;3.7[$ ولدينا: $\begin{cases} g(3.5) = 0.0055 > 0 \\ g(3.7) = -0.083 < 0 \end{cases}$ ومنه $g(3.5)\times g(3.7) < 0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]2;+\infty[$ حيث $3.5<\alpha<3.7$

✓ اشارة $g(x)$:

x	0		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

II) لتكن الدّالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(x) = 4x\ln x - x^2 - 2x + 3 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o\,,\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 4x\ln x - x^2 - 2x + 3 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\frac{4\ln x}{x} - 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) = -\infty$

2) حساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)-3}{x}$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)-3}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{4x\ln x - x^2 - 2x + 3 - 3}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{4x\ln x - x^2 - 2x}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} 4\ln x - x - 2 = -\infty$$

الاستنتاج : الدالة f غير قابلة للإشتقاق على يمين 0

3) أ) إثبات أنّه من أجل كلّ x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x) = 2g(x)$

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = 4\ln x + \frac{4x}{x} - 2x - 2 = 4\ln x + 4 - 2x - 2$$
$$= 4\ln x - 2x + 2 = 2\ \ 2\ln x - x + 1\ \ = 2g(x)$$

ب)استنتاج اتجاه تغير الدّالة f على $]0;+\infty[$ ، ثمّ تشكيل جدول تغيراتها .

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	0		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لما $x \in]0;1[\cup]\alpha;+\infty[$ فإن $f'(x) < 0$ وبالتالي الدالة f متناقصة على هدا المجال

لما $x \in]1;\alpha[$ فإن $f'(x) > 0$ وبالتالي الدالة g متزايدة على هدا المجال

لما $x = 1$ او $x = \alpha$ فإن $f'(x) = 0$

جدول التغيرات :

x	0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$f(1)=0$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

ج) حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثمّ تفسير النتيجة هندسيا

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = 2g(\alpha) = 0$$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها α معادلته $y = f(\alpha)$

4) إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A ثم كتابة معادلة للمماس (T) عندها.

$f''(x) = (f'(x))' = (2g(x))' = 2g'(x)$ اشارة $f''(x)$ من اشارة $g'(x)$

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f''(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

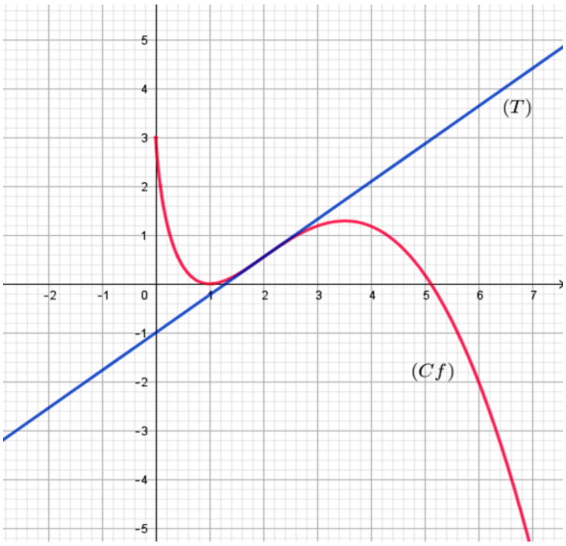
المشتقة الثانية لدالة f تنعدم عند القيمة 2 وتغير اشارتها من الموجب الى السالب و هذا معناه ان النقطة $A(2;f(2))$ تعتبر نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

كتابة معادلة للمماس (T): $T: \quad y = f'(2)(x-2) + f(2)$ ،

$$\begin{cases} f'(2) = 2g(2) = 2(2\ln 2 - 2 + 1) = \ln 16 - 2 \\ f(2) = 4\times 2\ln 2 - 2^2 - 2\times 2 + 3 = \ln 256 - 5 \end{cases}$$

ومنه

$$T: \quad y = (\ln 16 - 2)(x-2) + \ln 256 - 5$$
$$y = (\ln 16 - 2)x - 2\ln 16 + 4 + \ln 256 - 5$$
$$y = (\ln 16 - 2)x - 1$$



5) إنشاء في نفس المعلم (C_f) و $(\mathbf{T})$ نأخذ $f(\alpha) = 1.3$

6) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m

لعدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$

حلول المعادلة $f(x) = |m|$ هي فواصل نقاط تقاطع المستقيم

المتحرك $y = |m|$ والمنحنى (C_f)

لما $|m| = 0$ اي $m = 0$ للمعادلة حلين موجبين

لما $|m| \in]0; f(\alpha)[$ اي $m \in]-f(\alpha); 0[\cup]0; f(\alpha)[$ للمعادلة

ثلاثة حلول موجبة

لما $|m| = f(\alpha)$ اي $m = -f(\alpha)$ او $m = f(\alpha)$للمعادلة حلين موجبين.

لما $|m| \in]f(\alpha); 3[$ اي $m \in]-3; -f(\alpha)[\cup]f(\alpha); 3[$ للمعادلة حل وحيد موجب

لما $|m| = 3$ اي $m = -3$ او $m = 3$للمعادلة حل معدوم

لما $|m| \in]3; +\infty[$ اي $m \in]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول