

المستوى : 3 رياضيات

المدة : 04 ساعات

إختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول: (4.5 نقط)

يحتوي كيس U_1 على ثمانية كريات ثلاثة منها تحمل الرقم 2 و البقية تحمل الرقم 3 و يحتوي كيس U_2 على عشرة كريات من بينها خمسة حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 3 ، 3 ، 3 و أربعة بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 و كرة خضراء واحدة مرقمة بـ: 1 و يحتوي الكيس U_3 على تسعة كريات منها أربعة حمراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاثة بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 3 و كرتين خضراويتين مرقمتين بـ: 3 ، 3 . جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس .

1. نسحب كرية واحدة من الكيس U_1 إذا كان رقمها 2 فإننا نسحب ثلاث كريات بالتتابع دون إرجاع من الكيس U_2

أما إذا كان رقمها 3 فنسحب ثلاث كريات بالتتابع بالإرجاع من الكيس U_3

(أ) أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية : A : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون

B : الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني ، C : الحصول على ثلاث كريات من لونين فقط .

(ب) إذا علمت أن الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون فما إحتمال أن تكون مسحوبة من الكيس U_3

2. نفرغ جميع كريات الكيس U_3 في الكيس U_2 ثم نسحب من الكيس U_2 ثلاث كريات في آن واحد .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المحصل عليها

(أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم أكتب قانونه الإحتمالي .

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و التباين $V(X)$ ثم إستنتج الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني (4.5 نقط)

1. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

نتعتبر النقط A, B, C, D لوحقها على الترتيب . $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = \bar{z}_A$ ، $z_C = 3 + i2\sqrt{3}$ و $z_D = \bar{z}_C$

(أ) مثل النقط A, B, C, D

(ب) بيّن أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) و التي مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 3$

(ج) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ . بيّن أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث BEC

2. تحقق أن العدد المركب α عدد حقيقي بحيث : $\alpha = \left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2018} + i\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1439}$

3. (أ) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $(z - z_A)\overline{(z - z_A)} \leq z_C\bar{z}_C$

(ب) عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\arg(z - z_A) \geq \frac{\pi}{2} + 2k\pi/k, k \in \mathbb{Z}$

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على العدد 10
 2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(1963^{16n+2} - 4 \times 1439^{8n+1} + 2017)$ يقبل القسمة على العدد 10

$$3. \begin{cases} 7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10] \\ 10 < n \leq 25 \end{cases} \quad \text{عَيّن قيم العدد الطبيعي } n \text{ بحيث يكون}$$

4. ليكن N عددا طبيعيا ، يكتب N في النظام ذي الأساس 3 كمايلي : $\overline{xx0xx01}$
 (أ) عَيّن العدد الطبيعي x بحيث يكون : $N \equiv 7[10]$
 (ب) أكتب العدد الطبيعي N في النظام العشري .

التمرين الرابع: (7 نقط)

$$I \text{ نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كمايلي : } g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$$

1. أدرس تغيرات الدالة g
 2. أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
 3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x - 1 + x(\ln x)^2$
 (أ) أحسب $h'(x)$ وبيّن أن الدالة h متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$. (حيث h' الدالة المشتقة للدالة h)
 (ب) بيّن أن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x) = 0$ ، ثم إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

$$II \text{ لتكن الدالة العددية } f \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كمايلي : } f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O : \vec{i}, \vec{j})$

1. أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها
 2. (أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{1}{x} \times g(x)$
 (ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
 3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المادلة $y = x$ على المجال $]1; +\infty[$
 4. أحسب $f(4)$ ، $f(6)$ ، ثم أنشئ (C_f)
 5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = f(e^m)$