ثانوية سيدي اعباز- غرداية- السنة الدراسية 2019/2020

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: 5 نقاط

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{2u_n - 1}$

f دالة معرفة على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$, (C_f) تمثيلها البياني و (Δ) مستقيم معادلته $y = x$

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (أنظر الشكل)

1- أ- أعِد رسم الشكل المقابل على الورقة ثم مثّل على محور الفواصل الحدود u_0 ,u_1, u_2 مع توضيح الخطوط.

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq 1$

3- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة ; احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

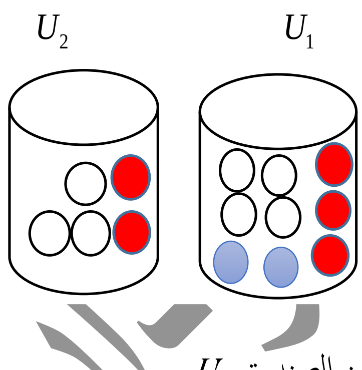
4- (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln\left(1 - \dfrac{1}{u_n}\right)$

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية وأساسها $q = 2$ ثم احسب v_0 .

ب- اكتب v_n بدلالة n.

ج- اكتب u_n بدلالة v_n, ثم استنتج أن: $u_n = \dfrac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$

5- احسب S_n و S_n': $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ $S_n' = \left(1-\dfrac{1}{u_0}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{u_1}\right)\times\ldots\times\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$



التمرين الثاني: 4 نقاط

نعتبر صندوقين U_1 و U_2. الصندوق U_1 يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء و 2 زرقاء.

الصندوق U_2 يحتوي: كرتين حمراوين و 3 كرات بيضاء ;لا نفرق بين الكرات باللمس.

$I-$ نسحب كريتين في آن واحد من الصندوق U_1.

- احسب احتمال سحب: A :"كرتان من نفس اللون". B :"كرتين مختلفتا اللون".

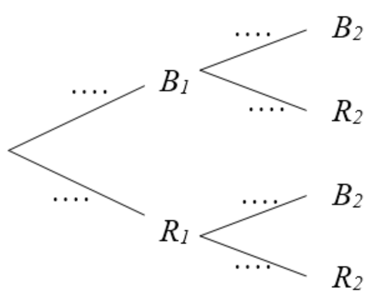
$II-$ نعتبر سحب 3 كريات بالكيفية التالية: كرتان في آن واحد من من الصندوق U_1 وكرة واحدة من الصندوق U_2

- احسب احتمال الأحداث التالية:

C :"الكرات الثالثة المسحوبة من نفس اللون". D :"سحب كرتين حمراوين على الأقل"

E :"الكرات المسحوبة تعطينا ثلاثي الألوان"

$III-$ نضيف للصندوق U_2 n كرية بيضاء حيث $(1 \leq n)$ ثم نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من نفس الصندوق U_2. نعتبر P_n "سحب كرتين من نفس اللون"



- اكمل شجرة الإحتمالات, ثم بيّن أن: $P_n = \dfrac{n^2+5n+8}{n+5 \quad n+4}$

التمرين الثالث: 4 نقاط

I- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(z)=z^3-5z^2+12z-8$

أ- احسب $P(1)$ ثم عين العددين a و b الحقيقين حتى يكون $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط C,B,A و z_E لواحقها على الترتيب

$$z_E=4\times\frac{1-i}{1+\sqrt{3}i}\quad ;z_C=\overline{z_B}\quad ;z_B=2+2i\quad z_A=1$$

1- اكتب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسي, ثم بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}=2$

2- اكتب العدد المركب z_E على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي.

3- اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_B}{z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OBC.

4- عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع، ثم حدد طبيعته.

5- عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(z_B,|z_B|);(z_C,|z_C|)\}$

6- عين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\left|\frac{z-2-2i}{z-1}\right|=1$.

التمرين الرابع: 7 نقاط

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{x+1}{1-e^{-x}}$

(C_f) المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x);\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x);\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$.

ب- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{e^x(x+1)}{e^x-1}$, ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$; ثم استنتج مستقيمات مقاربة اخرى إن وجدت.

3- أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^xg(x)}{(e^x-1)^2}$ حيث g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ يطلب تعيينها.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-1,9\prec\alpha\prec-1,8$ و $1,1\prec\beta\prec1,2$.

د- استنتج إشارة $g(x)$.

و- استنتج إشارة $f'(x)$ واتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) مع المنحنى (C_f)

5- بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha+2$ ثم استنتج حصرا لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

6- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

7- بيّن أن المستقيمات $(\Delta_m): y=mx+1$ تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+1$.

انتهى بالتوفيق للجميع

مع تحيات

أساتذة المادة

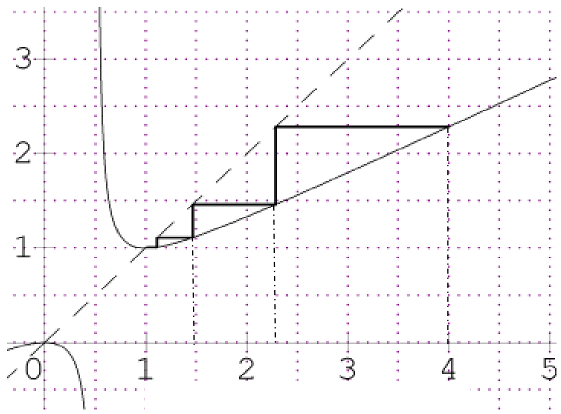
الحل النموذجي للإختبار الثاني ثالثة علوم

التمرين الأول: 5نقاط

(u_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=4$: $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2u_n-1}$

f دالة معرفة على $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$ ، (C_f)تمثيلها البياني و (Δ)مستقيم معادلته $y=x$

1- تمثل على محورالحدود u_0، u_1، u_2



u_2 u_1 u_0

ب- بما أن $u_2 \prec u_1 \prec u_0$ فإن المتتالية متناقصة تماما ومتقاربة نحو 1.

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \ge 1$

الدالة المرفقة للمتالية (u_n)هي: $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$ ومنه المشتقة

$f'(x)=\dfrac{2x^2-2x}{(2x-1)^2}$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$

- التحقق من أجل $n=0$ و $u_0=4$ ومنه $u_0\ge 1$ ومنه الخاصية محققة.
- نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: أي $u_n\ge 1$
- نبرهن صحة الخاصية من أجل الرتبة $n+1$ أي $u_{n+1}\ge 1$

لدينا من الفرضية $u_n\ge 1$ ومنه $f(u_n)\ge f(1)$ ومنه $u_{n+1}\ge 1$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه $n\in\mathbb{N}$ $u_n\ge 1$

3- دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n):

$$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n^2}{2u_n-1}-u_n=\frac{-u_n^2+u_n}{2u_n-1}=\frac{u_n(-u_n+1)}{2u_n-1}$$

لدينا $u_n\ge 1$ ومنه $0\ge -u_n+1$ و $2u_n-1\ge 1$ ومنه $u_{n+1}-u\prec 0$

ومنه المتتالية (u_n)متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

بما أن المتتالية (u_n)متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة.

حساب $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$ لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}u_{n+1}=l$ ومنه

$\dfrac{l^2}{2l-1}=l$ ومنه $-l^2+l=0$ ومنه $l=0$ أو $l=1$ بما أن $u_n\ge 1$

فإن $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=1$

4- (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\ln\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$

أ-بيان أن المتتالية (v_n)هندسية وأساسها $q=2$

$$v_{n+1}=\ln\left(1-\frac{1}{u_{n+1}}\right)=\ln\left(1-\frac{1}{\frac{u_n^2}{2u_n-1}}\right)=\ln\left(1-\frac{2u_n-1}{u_n^2}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{u_n^2-2u_n+1}{u_n^2}\right)=\ln\left[\left(\frac{u_n-1}{u_n}\right)^2\right]=2\ln(v_n)$$

ومنه المتتالية (v_n)هندسية وأساسها $q=2$ و $v_0=\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$

ب- كتابة v_n بدلالة n: $v_n=\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)\times 2^n$

ج- كتاب u_n بدلالة v_n، $v_n=\ln\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$ ومنه $e^{v_n}=1-\dfrac{1}{u_n}$ ومنه

$$u_n=\frac{1}{1-e^{v_n}}$$

$$u_n=\frac{1}{1-e^{v_n}}=\frac{1}{1-e^{2^n\times\ln(3/4)}}=\frac{1}{1-e^{\ln(3/4)^{2^n}}}=\frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$$

5- حساب S_n و S_n': $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$

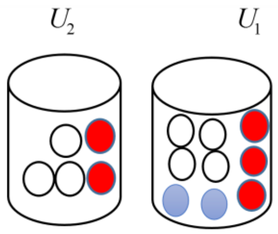
$$S_n=\ln\left(\frac{3}{4}\right)\left[2^{n+1}-1\right]$$

$$S_n'=\left(1-\frac{1}{u_0}\right)\times\left(1-\frac{1}{u_1}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{u_n}\right)$$

$$=e^{v_0}\times e^{v_1}\times\ldots\times e^{v_n}=e^{v_0+v_1+\ldots+v_n}$$

$$=e^{S_n}=\left(\frac{3}{4}\right)^{2^{n+1}-1}$$

التمرين الثاني: 4ن



I. نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1

$$P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_9^2}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

$$P(B)=\frac{C_4^1C_2^1+C_4^1C_3^1+C_3^1C_2^1}{C_9^2}=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$$

II. سحب كرتين في آن واحد من U_1 وكرية من U_2

- "الكرات الثالثة المسحوبة من نفس اللون" $P(C)=\dfrac{C_4^2}{C_9^2}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{C_3^2}{C_9^2}\times\dfrac{2}{5}$

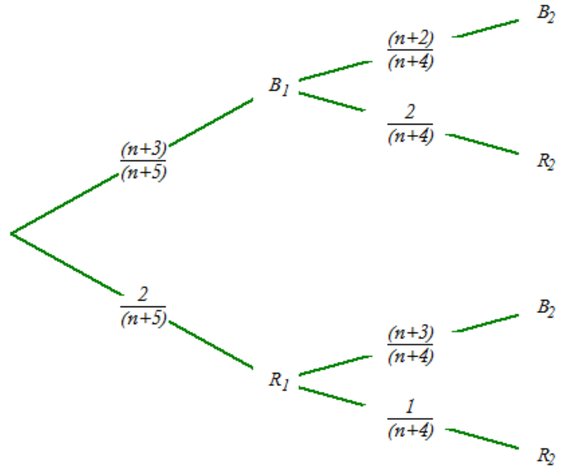
- "سحب كرتين حمراء على الاقل"

$$P(D)=\frac{C_3^2}{36}\times\frac{3}{5}+\frac{C_3^1C_6^1}{36}\times\frac{2}{5}+\frac{C_3^2}{36}\times\frac{2}{5}=\frac{51}{180}$$

"الكرات المسحوبة تعطينا ثلاثي الألوان"

$$P(E)=\frac{C_2^1C_3^1}{36}\times\frac{3}{5}+\frac{C_2^1C_4^1}{36}\times\frac{2}{5}=\frac{34}{180}$$

$III-$ نضيف للصندوق U_2 n كرية بيضاء حيث $(1\leq n)$ ثم نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من نفس الصندوق U_2. نعتبر P_n "سحب كرتين من نفس اللون"



ومنه $P_n=\dfrac{n+3}{n+5}\times\dfrac{n+2}{n+4}+\dfrac{2}{n+5}\times\dfrac{1}{n+4}=\dfrac{n^2+5n+8}{(n+5)(n+4)}$

التمرين الثالث:4ن

$I-$ $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث:

$$P(z)=z^3-5z^2+12z-8$$

أ- حساب $P(1)$ ثم تعيين العددين a و b الحقيقين حتى يكون $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

$P(1)=0$

	1	-5	12	-8
1				
	1	-4	8	0

ومنه $P(z)=(z-1)(z^2-4z+8)$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.ومنه

$z=1$ أو $z^2-4z+8=0$ و منه $\sqrt{\Delta}=i4$

$z_2=\overline{z_1}\ ;z_1=2+2i$

1- كتاب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسي لدينا $z_B=2+2i$

ومنه $|z_B|=2\sqrt{2}$ و $\arg(z_B)=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi$ ومنه $z_B=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

لدينا $z_C=\overline{z_B}=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

- اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\left(\dfrac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}+\left(\dfrac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}=2$

$$\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}=\left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}+\left(\frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}$$

$$=\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)^{8n}+\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{8n}=\left(e^{-i\frac{8n\pi}{4}}\right)+\left(e^{i\frac{8n\pi}{4}}\right)$$

$$=\left(e^{-i2n\pi}\right)+\left(e^{i2n\pi}\right)=1+1=2$$

2-كتابة العدد المركب z_E على الشكل الجبري:

$$z_E=4\times\frac{1-i}{1+\sqrt{3}i}=4\frac{(1-i)(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}=1-\sqrt{3}+i\left(-1-\sqrt{3}\right)$$

ومنه $|z_E|=4\dfrac{|1-i|}{|1+\sqrt{3}i|}=2\sqrt{2}$

$$\arg(z_E)=\arg\left(\frac{4-4i}{1+\sqrt{3}i}\right)=\arg(4-4i)-\arg\left(1+\sqrt{3}i\right)$$

$$=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}=-\frac{7\pi}{12}$$

ومنه الشكل المثلثي $z_E=2\sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{-7\pi}{12}\right)+i\sin\left(\dfrac{-7\pi}{12}\right)\right)$

3- كتابة على الشكل الأسي العدد $\dfrac{z_B}{z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OBC.

$\dfrac{z_B}{z_C}=\dfrac{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\left[\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right]}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\dfrac{OB}{OC}=1$ و $\left(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OB}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

ومنه المثلث OBC قائم في O ومتساوي ساقين.

4- تعيين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع

يكافئ: $z_{\overrightarrow{AB}}=z_{\overrightarrow{CD}}$ ومنه $z_B-z_A=z_D-z_C$ ومنه

$z_D=2-i2-1+2+2i=3$ ومنه $z_D=3$

طبيعة المتوازي الاضلاع: $\dfrac{z_B-z_C}{z_D-z_A}=\dfrac{2+2i-2+2i}{2}=2i$

ومنه $\dfrac{CB}{AD}=2$ و $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{\pi}{2}$ ومنه الرباعي $ABDC$ معين.

5-تعيين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\left\{(A,|z_A|);(z_B,|z_B|);(z_C,|z_C|)\right\}$

يكافئ G مرجح الجملة $\left\{(A;1),(B;2\sqrt{2}),(C;2\sqrt{2})\right\}$

ومنه

$$z_G=\frac{z_A+2\sqrt{2}z_B+2\sqrt{2}z_C}{1+4\sqrt{2}}=\frac{1+4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}i}{1+4\sqrt{2}}$$

$$z_G=\frac{1+8\sqrt{2}}{1+4\sqrt{2}}$$

6- تعيين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون

$\left|\frac{z-2-2i}{z-1}\right|=1$ تكافئ $|z-2-2i|=|z-1|$ ومنه

$|z-z_B|=|z-z_A|$ يكافئ $MA=MB$

ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع: 7ن

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{x+1}{1-e^{-x}}$

C_f المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس $O;\vec{i},\vec{j}$

1- أ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{1-e^{-x}}=+\infty$

$$\lim_{x\overset{<}{\to}0} f(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{x+1}{1-e^{-x}}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{x+1}{1-e^{-x}}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

ب- بيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{e^x(x+1)}{e^x-1}$

$$f(x)=\frac{x+1}{1-e^{-x}}=\frac{e^x(x+1)}{e^x\left(1-e^{-x}\right)}=\frac{e^x(x+1)}{e^x-1}$$

$$\left(\lim_{x\to-\infty} xe^x=0\right)\quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x(x+1)}{e^x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{xe^x+e^x}{e^x-1}=0$$

2- بيان أن $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x+e^x}{e^x-1}-x-1$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x+e^x-xe^x-e^x+x+1}{e^x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{e^x-1}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)}=0$$

ومنه $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

المستقيمات المقاربة $y=0;\quad x=0$

3- أ- بيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{\left(e^x-1\right)^2}$

$$f'(x)=\frac{\left(e^x(x+1)+e^x\right)\left(e^x-1\right)-e^x\left(e^x(x+1)\right)}{\left(e^x-1\right)^2}$$

$$=\frac{xe^{2x}+2e^{2x}-xe^x-2e^x-xe^{2x}-e^{2x}}{\left(e^x-1\right)^2}$$

$$=\frac{e^x\left(e^x-x-2\right)}{\left(e^x-1\right)^2}=\frac{e^x g(x)}{\left(e^x-1\right)^2}$$

ومنه $g(x)=e^x-x-2$

ب- دراسة اتجاه تغير الدالة g

حساب المشتقة: لدينا الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$

$g'(x)=e^x-1$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

جـ- بيان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-1{,}9\prec\alpha\prec-1{,}8$ و $1{,}1\prec\beta\prec1{,}2$.

الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على $[-1{,}9;-1{,}8]$ و $[1{,}1;1{,}2]$

$g(-1{,}8)=-0.03;\ g(-1{,}9)=0.05$ ومنه $g(-1{,}8)\times g(-1{,}9)\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا $-1{,}9\prec\alpha\prec-1{,}8$

$g(1{,}1)=-0.1;\ g(1{,}2)=0.12$ ومنه $g(1{,}1)\times g(1{,}2)\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا $1{,}1\prec\beta\prec1{,}2$

د- استنتج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

و- استنتاج إشارة $f'(x)$ واتجاه تغير الدالة f ,

لدينا $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{\left(e^x-1\right)^2}$ ومنه إشارة $f'(x)$ ومنه اشارة $g(x)$

الدالة g متزايدة تماما على $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;0[$ و $]0;\beta]$

جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$				0				$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

4- دراسة الوضع النسبي للمستقيم Δ مع المنحنى C_f .

$$f(x)-(x+1)=\frac{x+1}{e^x-1}$$

x	$-\infty$ $\quad$ -1	-1 $\quad$ 0	0 $\quad$ $+\infty$
$x+1$	$-$ $\quad$ 0	$+$	$+$
e^x-1	$-$	$-$	$+$
$f(x)-y$	$+$	$-$	$+$
الوضعية	(C_f) **فوق** (Δ) $\quad$ (C_f) **يقطع** (Δ)	(C_f) **تحت** (Δ)	(C_f) **فوق** (Δ)

-5 بيان أن $f(\alpha)=\alpha+2$

لدينا $g(\alpha)=e^{\alpha}-\alpha-2$ و $g(\alpha)=0$ ومنه $e^{\alpha}=\alpha+2$

$$f(\alpha)=\frac{e^{\alpha}(\alpha+1)}{e^{\alpha}-1}=\frac{\alpha+2(\alpha+1)}{\alpha+1}=\alpha+2$$

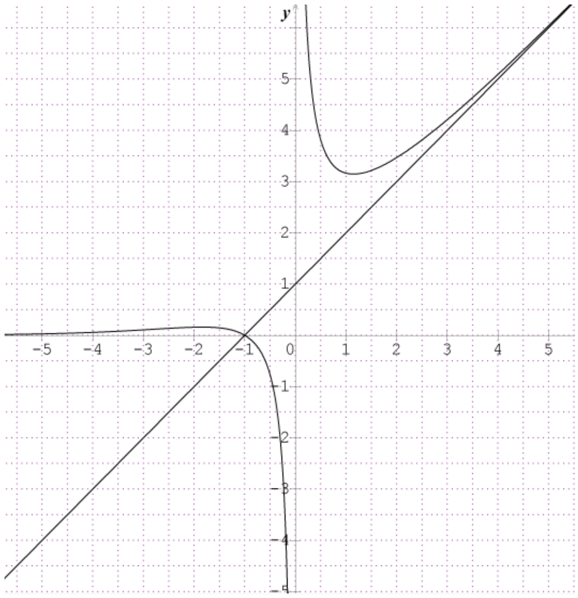
استنتاج حصر $f(\alpha)$ لدينا $-1,9\prec\alpha\prec-1,8$ ومنه $0.1\prec\alpha+2\prec 0.2$

ومنه $0.1\prec f(\alpha)\prec 0.2$

لدينا $1,1\prec\beta\prec 1,2$ ومنه $3,1\prec\beta+2\prec 3,2$ أي

$3,1\prec f(\beta)\prec 3,2$

-6 انشاء المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)



-7 اثبات أن المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة

$y=mx+1$ يكافئ $0=mx+1-y$ ومنه $x=0$ و $1-y=0$

ومنه $x=0$ و $y=1$ ومنه النقطة الثابتة هي $(0;1)$

المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة

$f(x)=mx+1$

حلول المعادلة هي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات معامل التوجيه m

$m\in]-\infty;0]$ المعادلة لا تقبل حلول

$m\in]0;1[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

$m\in]1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلين.

انتهى بالتوفيق والتميز

في بكالوريا 2020

مع تحيات الأستاذ:

قشار صلح

واجه فإنك أهل لها