

إختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4نقط)

- 1) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : $2011x - 1432y = 31$ (1)
أ) أثبت أن العدد 2011 أولي .
ب) باستعمال خوارزمية إقليدس، عين حلا خاصا $(x_0; y_0)$ للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1) .
2. أ) عين حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .
ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432 \cdot 2012}$ على 7 .
ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0 [7]$.
3. N عدد طبيعي يكتب $2\gamma\alpha\beta$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث α ، β و γ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\beta; \gamma)$ حل للمعادلة (1) .
- عين α ، β و γ ، ثم أكتب N في النظام العشري.

التمرين الثاني: (4.5نقط)

- يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2 وثلاث كرات سوداء تحمل الأرقام 1, 2, 3 لا يمكن التمييز بين الكرات عند اللمس.
1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد .
أحسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين :
A "الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون"
B "الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم"
ب- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .
- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .
2) الآن نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع .
أ) أحسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين
H "الحصول على كرة سوداء وكرتين بيضاوين"
E "مجموع رقمي الكرتين الأولى والثانية المسحوبتين هو رقم فردي"
3) n عدد طبيعي $n \geq 2$ ، نسحب من الصندوق n كرة على التوالي مع الإرجاع .
أ- أحسب P_n احتمال "الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل"
ب- عين أصغر عدد طبيعي n بحيث : $P_n \geq 0.99$.

التمرين الثالث: (4.5نقط):

1. أ- عين العددان المركبان المترافقان z_1 و z_2 :

$$\begin{cases} z_1 - z_2 = 2i \\ z_1 - iz_2 = (1 + \sqrt{3})(-1 + i) \end{cases}$$

ب- أكتب كل من z_1 و z_2 على الشكل الأسّي .

2. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

أ- مثل النقط A ، B و C صور الأعداد z_1 ، $-i - \sqrt{3}$ و 2 على الترتيب مع ترك أثر الإنشاء.

ب- عين العدد المركب z_0 لاحقة النقطة H منتصف القطعة $[AC]$.

ج- عين عمدة للعدد z_0 .

د- استنتج قيمتي $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3. لتكن (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z^2 + 2\sqrt{3}z + 3| = 1$.

- عين طبيعة (F) ، يطلب تحديد عناصرها المميزة .

4. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z - z_1| = |z - z_2|$.

- عين طبيعة (E) ، يطلب تحديد عناصرها المميزة .

التمرين الرابع: (7نقط)

$g(x) = (x+2)e^{x-2} - 2$: \mathbb{R} على الدالة المعرفة على I بـ

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g .

3. أـ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن $1.44 < \alpha < 1.46$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

(II) f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x^2 - x^2 e^{x-2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$.

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3. أـ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -x.g(x)$.

(f' الدالة المشتقة الأولى للدالة f) .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) تحقق أن $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصر $f(\alpha)$.

4. ليكن (P) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto x^2$ على \mathbb{R} .

أـ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x^2) = 0$. ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (P) و (C_f) .

5. عين معادلة لكل من المماسين (T) و (T') للمنحنى (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب .

6. أنشئ (T) ، (T') ، (C_f) و (P) .

7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x) = -4x + \ln(m)$.

(III) h دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = x|x|(1 - e^{|x|-2})$.

1. بين أن h دالة فردية على \mathbb{R} .

2. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي موجب ، $h(x) = f(x)$.

3. أنشئ (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من المنحنى (C_f) .

بالتوفيق والسداد