

## إختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات

### التمرين الأول: (4.5 نقط)

نعتبر زهري نرد كل منهما مرقم من 1 إلى 6، زهري النرد متطابقان في المظهر لكن أحدهما مزيف والآخر غير مزيف. احتمال ظهور رقم 6 بالنسبة لزهري النرد المزيف يساوي  $\frac{1}{3}$ . النتائج تعطى على شكل كسور غير قابلة للاختزال.

1. نرمي زهري النرد غير المزيف ثلاث مرات على التوالي، ونرمز بـ  $X$  المتغير العشوائي الذي يهتم بعدد المرات التي نحصل فيها على رقم 6.

أعين قيم المتغير العشوائي  $X$ .

ب- تحقق أن،  $P(X = 2) = \frac{5}{72}$ .

ج- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ ، أحسب أمله الرياضياتي.

2. نختار عشوائيا أحد زهري النرد، ثم نرمي زهري النرد المختار ثلاث مرات على التوالي. (الإختبار يكون متساوي الإحتمال)

نعتبر الحادثين التاليين:  $B$  "زهري النرد المختار هو زهري النرد غير المزيف"

$A$  "الحصول على رقم 6 مرتين بالضبط".

أ- مستعينا بشجرة الإحتمالات، أحسب احتمال الحادثين التاليين:

"زهري نرد المختار غير مزيف والحصول على رقم 6 مرتين بالضبط"

"زهرة النرد المختار مزيف والحصول على رقم 6 مرتين بالضبط"

ب- استنتج أن:  $P(A) = \frac{7}{48}$ .

3. تحصلنا على رقم 6 مرتين بالضبط ما هو احتمال أن يكون زهري النرد المختار مزيف.

### التمرين الثاني: (4.5 نقط)

1. أ- عين العددان المركبان المترافقان  $z_1$  و  $z_2$  :

$$\begin{cases} z_1 - z_2 = 2i \\ z_1 - iz_2 = (1 + \sqrt{3})(-1 + i) \end{cases}$$

ب- أكتب كل من  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل الأسّي.

2. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

أ- مثل النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  صور الأعداد  $z_1$ ،  $z_2$  و  $-\sqrt{3} - i$  على الترتيب مع ترك أثر الإنشاء.

ب- عين العدد المركب  $z_0$  لاحقة النقطة  $H$  منتصف القطعة  $[AC]$ .

ج- عين عمدة للعدد  $z_0$ .

د- استنتج قيمتي  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ .

3. لتكن  $(F)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث:  $|z^2 + 2\sqrt{3}z + 3| = 1$ .

- عين طبيعة  $(F)$ ، يطلب تحديد عناصرها المميزة.

4. لتكن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث:  $(z - z_1)(\bar{z} - z_2) = (z - z_2)(\bar{z} - z_1)$ .

- عين طبيعة  $(E)$ ، يطلب تحديد عناصرها المميزة.

**التمرين الثالث: (4.5 نقط):**

$$u_{n+1} = \frac{1}{2} \left( u_n + \frac{1}{u_n} \right) : n \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n : u_0 = 2$$

- 1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq 1$ .
- 2) أ- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ثم إستنتج أنها متقاربة. عين نهاية  $(u_n)$ .
- 3) نعرف المتتالية  $(v_n)$  على  $\mathbb{N}$  كما يلي:
 
$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$$
 أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_{n+1} = v_n^2$ .  
 ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n : 0 < v_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$  ثم إستنتج نهاية المتتالية  $(v_n)$ .  
 ج) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2^n}$ .  
 د) إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .  
 4) أحسب بدلالة  $n$  الجداء  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

**التمرين الرابع: (6.5):**

$$g(x) = (x+2)e^{x-2} - 2 : \mathbb{R} \text{ على } g \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } I$$

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .
2. أدرس إتجاه تغير الدالة  $g$ .
3. أ- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن  $1.44 < \alpha < 1.46$ .  
 ب- إستنتج إشارة  $g(x)$  تبعا لقيم  $x$ .

$$f(x) = x^2 - x^2 e^{x-2} : \mathbb{R} \text{ معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } II$$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$ .
2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
3. أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي  $x : f'(x) = -xg(x)$ ،  $f'(x)$  الدالة المشتقة الأولى للدالة  $f$ .  
 ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة  $f$ . ثم شكل جدول تغيراتها.  
 ج) تحقق أن  $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصر  $f(\alpha)$ .
4. ليكن  $(P)$  المنحنى الممثل للدالة  $x \mapsto x^2$  على  $\mathbb{R}$ .  
 أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x^2) = 0$ . ثم فسر النتيجة بيانيا.  
 ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(P)$ .
5. عين معادلة كل من المماسين  $(T)$  و  $(T')$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطتين ذات الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب.
6. أنشئ  $(T)$ ،  $(T')$ ،  $(C_f)$  و  $(P)$ .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x : f(x) = -4x + m$ .

## بالتوفيق والسداد

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بعدها الأول  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3}$ .

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 5 - \frac{16}{u_n + 3}$ .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $1 \leq u_n \leq 2$ .

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n + 3}$ . استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

4. استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

5. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ .

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

ب) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  و  $u_n$  بدلالة  $v_n$ .

ج) استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .