الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط — ثانوية : أبى بكر الحاج عيسى

تاريخ الإجراء : 2020/03/02 — الشعبة : 3 علوم تجريبية

إختبار في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعـــــات

التمرين 01 : (I) يحوي صندوق U على 10 كريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس ، منها أربع كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، -1 ، -1 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 0 وثلاث كريات سوداء مرقمة بـ : -2 ، -2 ، -1

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الأحداث التالية : A : " من بين الكرات المسحوبة توجدكرة سوداء بالظبط ".

و B : " الحصول على كريات مجموع أرقامها معدوم " .

أ) أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ إحتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب)ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل العدد -1 .

♣ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

02) نضيف صندوق أخر V يحتوي على خمس كريات منها ثلاث بيضاء و إثنين حمراوين . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U وكرة واحدة من صندوق V . ما إحتمال سحب أربع كرات من نفس اللّون ؟

تمرين 02 : (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$\boxed{u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{e}}}$$

و (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $\boxed{v_n = \frac{1}{2}\ln(u_n) + \frac{1}{2}}$

1-بين أن المتتالية (v_n) هندسية اساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

2-عبر عن v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n

3-نضع: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_n$

5- أحسب بدلالة n المجموع S_n ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة S_n و n

التمرين 03 : حل في مجموعة الأعداد المركبة □ المعادلة ذات المجهول z : $\boxed{(z-1+i)(z^2-2z+4)=0}$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i$ و $z_C=\overline{z_A}$

1. أكتب كل من z_A و z_B و z_C على الشكل الأسي
2. أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .إستنتج القيم المظبوطة لـ $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
3. بين أن : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2019}-\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{2020}=0$
4. L عدد مركب معرف بـــ : $L=\frac{z-\overline{z_B}}{z-z_B}$

♣ أوجد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حتى يكون : $|L|=|iz-i+1|$

التمرين 04 : نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\boxed{g(x)=(x-1)e^x+x+1}$

-1 أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ثم إستنتج أن الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

-2 بين أن : $g(x)\geq 0$ من أجل x من $[0;+\infty[$ (لاحظ أن $g(0)=0$)

❖ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $\boxed{f(x)=\frac{xe^x}{(e^x-1)^2}}$

(C_f) التمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

-1 بين أن الدالة f فردية

-2 أ) بين أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ماذا تستنتج ؟ (يمكنك الإستعانة بـــ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$)

-3 أ) بين أنه من أجل x من $]0;+\infty[$: $\boxed{f'(x)=\frac{-e^x g(x)}{(e^x-1)^3}}$

ب)إستنتج إتجاه الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها . ثم أنشئ المنحني (C_f) على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$