

التمرين 01: (06 نقاط)

يضم كيس 5 كرات بيضاء مرقمة كلها بـ 1، و 6 كرات حمراء مرقمة بـ 2، و 4 كرات خضراء مرقمة بـ 3، الكرات لا تفرق بينها في اللمس، نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد

ليكن A الحادثة "الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط"، والحادثة B "الحصول على ثلاث كرات مجموع أرقامها 6"

1- احسب $P(A)$ و $P(B)$

2- بين أن: $P(A \cap B) = \frac{24}{91}$ ، ثم استنتج قيمة كل من $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$

3- نزع من الصندوق الكرات الحمراء والخضراء ونستبدلها بـ n كرة سوداء ($n \geq 2$)، ثم نسحب منه على

التوالي كرتين دون ارجاع ونقترح اللعبة التالية: - عند سحب كرة بيضاء يخسر اللاعب 12 نقطة

- عند سحب كرة سوداء يربح اللاعب 10 نقاط.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب يربح اللاعب أو خسارته.

أ) عين قانون احتمال X واحسب أمله الرياضي

ب) عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين 02: (06 نقاط)

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة في ما يلي:

1- أحد حلول المعادلة: $z^2 + 2z + 4 = 0$ هو:

أ) $1+i$ ب) $-\sqrt{3}-i$ ج) $-1-i\sqrt{3}$

2- نعتبر العددين المركبين: $z_1 = \sqrt{3}-i$ و $z_2 = 2i - z_1$ ، العدد $\frac{z_2}{z_1}$ يساوي:

أ) $\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ب) $\sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ج) $e^{-i\frac{2\pi}{4}}$

3- العدد $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}\right)^{1440}$ يساوي: أ) 1 ب) i ج) $1+i$

4- مجموعة النقط M لواحقتها z حيث: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ حيث: $z_A = -2$ و $z_B = 2i$ محتواة في:

أ) دائرة لاحقة مركزها: $z_\omega = 2-i$ ب) المستقيم معادلته: $y = x$ ج) دائرة قطرها $[AB]$

5- نعتبر النقط A ، B و C لواحقتها على الترتيب $-i$ ، 3 و $2+3i$ ، نوع المثلث ABC :

أ) قائم ومتساوي الساقين ب) متساوي الساقين ج) متقايس الاضلاع.

التمرين 03: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} ي: $u_0 = 2$ ومن أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 , ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_n \leq n + 3$

ب) بين من أجل كل n من \mathbb{N} أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$, ثم تحقق من صحة تخمينك السابق

3- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = u_n - n$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

ب) استنتج من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$, ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

4- نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n أن: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$

- احسب المجموع S_n واحسب نهاية المتتالية (T_n)