

التمرين الأول (4نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بما يلي :  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$

① نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $[0, 3]$  بما يلي :  $f(x) = \sqrt{2x + 3}$

☞ أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0, 3]$  وشكل جدول تغيراتها

☞ بين أنه إذا كان  $x \in [0, 3]$  فإن  $f(x) \in [0, 3]$

② ☞ باستعمال المحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  والمستقيم  $(\Delta) : y = x$

مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$

☞ ما هو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ؟

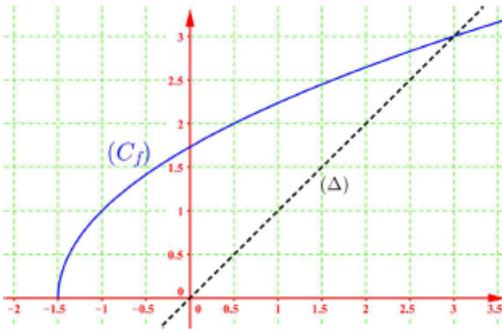
③ ☞ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq 3$

☞ أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

☞ إستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

④ ☞ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{2}{3}(3 - u_n)$

☞ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq 3 - u_n \leq 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$  ثم أحسب  $\lim U_n$



التمرين الثاني (4نقاط)

نعتبر كثير الحدود  $P(Z)$  للمتغير المركب  $Z$  حيث :  $P(Z) = Z^3 - 15Z^2 + 81Z - 175$

① أحسب  $p(7)$  ثم حلل  $p(Z)$  الى جداء عاملين

② حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة :  $P(Z) = 0$

③ في المستوي المركب المنسوب الى  $M$  م  $M$  م  $(O; \vec{U}; \vec{V})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لواحقتها:

$$Z_C = 7, Z_B = 4 + 3i, Z_A = 4 - 3i$$

أ- علم النقط  $A, B, C$

ب- تحقق أن :  $Z_A - Z_C = i(Z_B - Z_C)$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

④ ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $\Omega$  ودو اللاحقة  $Z_\Omega = 4$  ويحول النقطة  $C$  الى  $B$

أ- أكتب العبارة المركبة للدوران  $R$

ب- أوجد  $Z_D$  لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $B$  بالدوران  $R$  ثم علمها في المعلم السابق

ج- ما طبيعة الرباعي  $ACBD$

⑤ عين مجموعة النقط  $M$  دات اللاحقة  $Z$  حتى يكون  $\frac{Z - Z_B}{Z - Z_C}$  تخيليا صرفا موجبا ثم أنشئها

⑥ أنشئ  $(\sigma)$  صورة  $(\gamma)$  بالدوران  $R$

### التمرين الثالث (6 نقاط)

يحتوي كيس  $U_1$  على ثمانية كريات ثلاث منها تحمل الرقم 2 والبقية تحمل الرقم 3 يحتوي كيس  $U_2$  على عشر كريات من بينها خمسة كريات حمراء تحمل الارقام 3,3,3,1,1 وأربعة بيضاء تحمل الارقام 2,2,1,1 وكرة خضراء واحدة تحمل الرقم 1 ويحتوي كيس  $U_3$  على تسعة كريات منها أربعة حمراء تحمل الارقام 3,2,2,1 وثلاثة بيضاء تحمل الارقام 3,2,1 وكرتين خضراويتين تحملان الرقمين 3,3 جميع الكريات لانفرد بينها باللمس

1- نسحب كرية واحدة من الكيس  $U_1$  اذا كان رقمها 2 فاننا نسحب ثلاث كريات على التوالي دون ارجاع من الكيس  $U_2$  أما اذا كان رقمها 3 فنسحب ثلاث كريات على التوالي مع ارجاع من الكيس  $U_3$

أ- أحسب احتمال الحوادث التالية : A "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون " B "الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني " C "الحصول على ثلاث كريات من لونين فقط "

ب- اذا علمت أن الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون فما احتمال أن تكون من الكيس  $U_3$

2- نفرغ جميع كريات الكيس  $U_3$  في الكيس  $U_2$  ثم نسحب من الكيس  $U_2$  ثلاث كريات في ان واحد

وليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المحصل عليها

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ب- أحسب كل من  $\sigma(X); V(X); E(X)$

### التمرين الرابع (6 نقاط)

#### الجزء الأول

$g$  الدالة المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

2- بين انه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :  $g(x) \geq 0$  ثم استنتج أن :  $e^{-x} + x \geq 1$

#### الجزء الثاني

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{x}{e^{-x} + x}$  ، وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- تحقق أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$

2- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم فسر النتائج بيانيا

3- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{e^{-x}(1+x)}{(e^{-x} + x)^2}$

ب- أدرس إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيراتها

4- أ- أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $O$

ب- تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$  ثم استنتج إشارة  $x - f(x)$

ج- أستنتج الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  دا المعادلة  $y = x$

5- أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $\frac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$