الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — السنة الدراسية 2020/2019

ثـانوية :حـاجي حســين(س/ه) — الشعبـة : 3 تقــني ريـاضي- همد -

اختبـار الثلاثي الثاني في مادة: الرياضيـات — التاريخ : 2020/03/02

المـــدة: 02 سا

التمرين الأول (7 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). منها 4 كريات سوداء تحمل الرقم λ و 3 كريات صفراء تحمل الرقم $(\lambda-1)$ (حيث λ عدد طبيعي غير معدوم)، وكريتين بيضاوين تحملان الرقم 1

نسحب عشوائيا من هذا الكيس **ثلاث كريات دفعة واحدة** .

1) أحسب إحتمال الاحداث التالية :

A : سحب على الاكثر كرة بيضاء. B: سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد .

C : سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم $(\lambda-1)$.

2) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الارقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة . والذي يأخذ القيمة 0 اذا كانت كل الكريات لسيت سوداء

أ – عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X . ب– عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ج – أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X بدلالة λ ثم حدد قيم λ من أجل $|E(X)-1|\leq 2$

التمرين الثاني (6 نقاط)

نعتبر المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

إختر الإجابة الصحيحة الوحيدة في كل حالة مع التعليل :

1) A نقطة لاحقتها z حيث $z=\cos(\frac{2\pi}{5})+i\sin(\frac{2\pi}{5})$ ومنه لاحقة النقطة C صورة z^{15} هي :

أ) $1-4i$ ب) 1 ج) $7+4i$

2) في المجموعة $\mathbb{C}$ حلول المعادلة التالية $2z-5+4i=i\bar{z}$ هو :

أ) $z=2+i$ ب) $z=2-i$ ج) $z=2i$

3) $B;A$ نقطتان لاحقتهماعلي الترتيب $-i;i$. مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z+i|=|iz+1|$ هي:

أ) المستقيم (AB) ب) الدائرة التي قطرها $[AB]$ ج) المستقيم العمودي على (AB) و المار بالمبدأ O

4) نعتبر العدد المركب z حيث : $z=\sqrt{2+\sqrt{2}}+i\sqrt{2-\sqrt{2}}$

– طويلة العدد المركب z^2 هي : أ) 2 ب) 4 ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

– عمدة العدد المركب z^2 هي : أ) $\frac{\pi}{4}$ ب) $\frac{-\pi}{3}$ ج) $\frac{\pi}{6}$

– عمدة العدد المركب z هي : أ) $-\frac{\pi}{6}$ ب) $\frac{\pi}{4}$ ج) $\frac{\pi}{8}$

التمرين الثالث(7 ن):

1) عين كل الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ بحيث : $\begin{cases} PGCD(a;b)=14 \\ PPCM(a;b)=420 \end{cases}$

2) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر العددين الطبيعيين a و b بحيث: $a=5n^3-n$ و $b=n+2$

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $5n^3-n+38=(n+2)(5n^2-10n+19)$

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(a;b)=PGCD(b;38)$

ت)عين قيم العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون $\frac{a}{b}$ عددا طبيعيا

3) a عدد طبيعي . باقي القسمة الاقليدية ل a على 12 هو 5 . جد باقي قسمة العدد a على 4 ثم على 3 .

نحن لا نـــــنام لنحلـم بل ننام لنفكـر (بالتوفيق)

الاستاذ بلعباس محمد

وزارة التربية الوطنية	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	ثانويـة حاجي حسين- سوق اهراس-
تصحيح الاختبار الثاني في الرياضيات	السنة الدراسية :2019/2020	الاستاذ بلعباس محمد

عنـاصـر الإجـــابـة	العلامة

حل التمرين الاول (7نقط)

المعطاة: الكيس يحوي 4 كريات سوداء تحمل الرقم λ و3 صفراء تحمل الرقم $\lambda-1$ وكريتين بيضاوين رقمها 1

عدد الحالات الكلية الملائمة لسحب 3 كريات في ان واحد من بين 9 كريات هو : $\boxed{card(\Omega)=C_9^3=84}$ — 0.5ن

1) حساب إحتمال الأحداث التالية : .....

الحدث A : سحب كرية بيضاء على الأكثر ومنه : $\boxed{p(A)=\frac{C_2^1\times C_7^2+C_7^3}{C_9^3}=\frac{77}{84}}$. — 0.5ن

الحدث B : سحب كريات تحمل نفس الرقم أي : $\boxed{p(B)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^4}=\frac{5}{84}}$. — 0.5ن

الحدث C: سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم $\lambda-1$ أي: $\boxed{p(C)=\frac{C_3^2\times C_6^1}{C_9^3}=\frac{18}{84}}$. — 0.5ن

2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع ارقام الكريات السوداء المسحوبة. والذي يأخذ القيمة 0 اذا كانت كل الكريات لسيت سوداء ومنه

أ) القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي : $x\in\{0;\lambda;2\lambda;3\lambda\}$ ..... — 0.5

ب) **قانون الإحتمال**

"$X=0$" (سحب 3 كريات ليست سوداء) أي أن : $p(X=0)=\frac{C_5^3}{84}=\frac{10}{84}$. — 0.5

"$X=\lambda$" (سحب 1 سوداء و 2غير سوداء) أي أن : $p(X=\lambda)=\frac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\frac{40}{84}$. — 0.5

"$X=2\lambda$" (سحب كريتين سوداء وكرية غير سوداء)أي أن : $p(X=2\lambda)=\frac{C_4^2\times C_5^1}{84}=\frac{30}{84}$. — 0.5

"$X=3\lambda$" (3 كرات سوداء) أي أن : $p(X=3\lambda)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{4}{84}$. — 0.5

ومنه نعرف قانون الاحتمال :

X_i	0	λ	2λ	3λ
p_i	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

— 1

ج) **حساب الامل الرياضياتي** $E(X)$

$E(X)=\sum_{i=1}^{4}(X_i\times p_i)$ أي ان : $E(X)=\frac{40\lambda+60\lambda+12\lambda}{84}=\frac{4\lambda}{3}$ ومنه : $\boxed{E(X)=\frac{4\lambda}{3}}$ — 1

- تحديد قيمة λ التي من اجلها يكون $|E(X)-1|\le 2$ معناه $\left|\frac{4\lambda}{3}-1\right|\le 2$ ومنه $-2\le\frac{4\lambda}{3}-1\le 2$

ومنه $-1\le\frac{4\lambda}{3}\le 3$ ومنه $-\frac{3}{4}\le\lambda\le\frac{9}{4}$ ومنه $\boxed{\lambda\in\{1;2\}}$ لان λ عدد طبيعي غير معدوم — 0.5

حل التمرين الثاني:(06 نقط) : إختيار الإجابة الصحيحة في كل مرة مع التعليل :

0.75

5) A نقطة لاحقتها z حيث $z=\cos(\frac{2\pi}{5})+i\sin(\frac{2\pi}{5})$ ومنه لاحقة النقطة C صورة z^{15} هي : 1

التعليل $z^{15}=\left(\cos(\frac{2\pi}{5})+i\sin(\frac{2\pi}{5})\right)^{15}=\cos(\frac{30\pi}{5})+i\sin(\frac{30\pi}{5})=\cos(6\pi)+i\sin(6\pi)=1$

0. 5

2) لدينا : $2z-i\bar{z}=5-4i$ ، بوضع : $z=a+ib$ يكون : $2(a+ib)-i(a-ib)=5-4i$ أي :

0.75

$2a+2ib-ia-b=5-4i$ أي : $(2a-b)+i(2b-a)=5-4i$ و منه : $\begin{cases}2a-b=5\\2b-a=-4\end{cases}$ أي :

$\begin{cases}2a-b=5\\4b-2a=-8\end{cases}$ بالجمع نجد : $3b=-3$ أي : $b=-1$ بالتعويض نجد : $a=2$.

إذن **الجواب الصحيح** هو (ب) : $\boxed{z=2-i}$. **(يمكن اتباع أي طريقة اخري كالتعويض...)**

0.5

3) لدينا : $|z+i|=|iz+1|$ تعني : $|z+i|=|i||z-i|$ و منه $|z-(-i)|=|z-i|$ ومنه $MA=MB$ مجموعة النقط M هي محور القطعة $[AB]$ و بما أن النقطة O

0.75

تنتمي إلى هذا المحور (لأن : $OA=OB$) ، إذن مجموعة النقط M ستكون المستقيم المار بالمبدأ O و يعامد $[AB]$. وعليه **الجواب الصحيح هو (ج)** : المستقيم العمودي على (AB) و المار بالمبدأ O .

4) لدينا : $z=\sqrt{2+\sqrt{2}}+i\sqrt{2-\sqrt{2}}$ أي : $z^2=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$

أي : $|z^2|=\sqrt{8+8}=4$ **أي الجواب (ب)**

1.5

وبوضع $\arg(z^2)=\theta$ نجد : $\begin{cases}\cos(\theta)=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\\sin(\theta)=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ ومنه $\boxed{\arg(z^2)=\frac{\pi}{4}+2k\pi}$ **أي الجواب (ا)**

وبما ان $\arg(z^2)=2\arg(z)=\frac{\pi}{4}$ فان $\boxed{\arg(z)=\frac{\pi}{8}+2k\pi}$ **أي الجواب (ج)**

حل التمرين الثالث (7 نقط)

لدينا $PGCD(a;b)=14$ إذن $\begin{cases}a=14a'\\b=14b'\end{cases}$ و $PGCD(a';b')=1$ ونعلم ان

$PPCM(a;b)=\frac{a.b}{PGCD(a;b)}$ و منه : $\frac{14a'.14b'}{14}=420$ إذن $14a'.b'=420$ هذا يعني أن

0.5

$a'.b'=30$ الثنائيات مع $a'\wedge b'=1$ و $a'.b'=30$ هي :

$(a';b') \in \{(1,30);(30,1);(2,15);(15,2);(3,10);(10,3);(5,6);(6,5)\}$

و منه الثنائيات (a,b) الموافقة للحلول $(a';b')$ هي

0.75

$(a,b) \in \{(14,420);(420,14);(28,210);(210,28);(42,140);(140,42);(70,84);(84,70)\}$

4) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر العددين الطبيعيين a و b بحيث: $a = 5n^3 - n$ و $b = n+2$

0.75

ث) اثبات أن من أجل كل عدد طبيعي n بالنشر والتبسيط:

$5n^3 - n + 38 = (n+2)(5n^2 - 10n + 19)$

ج) اثبات أن من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(a;b) = PGCD(b;38)$

نضع $d = PGCD(a;b)$ ومنه $d|a$ و $d|b$ ومنه $d|b(5n^2 - 10n + 19)$ ومنه

$d|b(5n^2 - 10n + 19) - a$ ومنه $d|38$

عكسيا $d|38$ و $d|b$ ومنه $d|b(5n^2 - 10n + 19)$ ومنه $d|b(5n^2 - 10n + 19) - 38$ ومنه $d|a$

.....

ح) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون $\frac{a}{b}$ عددا طبيعيا

$\frac{a}{b}$ عدد طبيعي معناه $b|a$ معناه $PGCD(a;b) = b$ ولدينا مما سبق $PGCD(a;b) = PGCD(b;38) = b$

ومنه $n+2 \in \{1;2;19;38\}$ ومنه $n \in \{0;17;36\}$

.....

5) a عدد صحيح . باقي قسمة a على 12 هو 5 .

أ) ايجاد باقي قسمة العدد a على 4 ثم على 3 :

لدينا $a = 12k + 5$ ومنه $a = 4(3k+1) + 1$ اذن باقس قسمته على 4 هي 1

ولدينا ايضا $a = 3(4k+1) + 2$ ومنه باقي قسمته على 3 هي 2

الأستاذ بلعباس محمد