مديرية التربية لولاية برج بوعريريج — ثانوية كمال عراس ـ تكستار

الشعبة : العلوم التجريبية — دورة : مارس 2020

اختبارالفصل الثاني في مادة: الرياضيات — المدة: 3 سا

اختر أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول :

(u_n) متتالية معرّفة بـــ : $u_0 = e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$.

1) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$.

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة ؟ .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) - 2$.

*) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعين أساسها و حدّها الأوّل .

*) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ u_n بدلالة n . ماهي نهاية كل من المتتاليتين (v_n) وَ (u_n) ؟ .

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n ، حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_n$

التمرين الثاني :

صندوق يحتوي على كريتين بيضاوين مرقة بـ:2، 3 وثلاث كريات حمراء مرقة بـ:3،1،3 وأربعة سوداء مرقة بـ: 3، 2،2، 3

1) نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق .

أ) احسب احتمال الحوادث التالية : A:الحصول على كريتين مختلفتين في اللون

B:الحصول على كريتين تحملان رقما فرديا على الأكثر

C: الحصول على كريتين مجموع رقميهما عدد أولي .

ب)نعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقين الظاهرين

ـ عين قانون الاحتمال لهذا المتغيّر العشوائي، ثم احسب أمله الرياضياتي و التباين والانحراف المعياري

2) نعتبر الصندوق السابق U_1 وصندوق آخر U_2 يحتوي على كريتين بيضاوين مرقة بـ:1،1 وكريتين حمراوين مرقة بـ:1، 3 وكريتين سوداوين مرقة بـ: 2،2

نرمي حجر نرد مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة فعند ظهور عدد فردي نسحب كرية من الصندوق U_1 وعند ظهور عدد زوجي نسحب كرية من الصندوق U_2

أ) بين أن احتمال الحصول على كرية بيضاء هو $P(B') = \frac{5}{18}$

ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، ماهو احتمال أن تكون من الصندوق U_2

التمرين الثالث :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(Z-1-\sqrt{3}i)(Z^2+2Z+2)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط A , B , C لواحقها على الترتيب: $Z_A=-1+i$ $\quad Z_B=\overline{Z_A}$ $\quad Z_C=1+\sqrt{3}i$

أ)اكتب العددان المركبان Z_A , Z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي لـ Z_B

ب)اكتب العدد $\dfrac{Z_A}{Z_C}$ على الشكل الأسي ثم على الشكل الجبري .

ج)استنتج القيمة المضبوطة لـ : $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

3) عين D لاحقة Z_D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .

4)عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد : $\left(\dfrac{Z_A}{Z_C}\right)^n$ حقيقيا .

5) عين (E_1) و (E_2) مجموعتي النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث:

$(E_1):\ |Z+1-i|=|\overline{Z}+1-i|$ $\qquad$ $(E_2):Arg(Z)=Arg(\overline{Z})+\pi+2k\pi$

التمرين الرابع :

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $0,56<\alpha<0,57$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-1+(x-1)\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) بين أن: $f(\alpha)=1-\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ : $f(\alpha)$

ب) (γ) هو المنحنى الممثل للدالة " $\ln$ " في المعلم السابق ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln(x))$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ثم ادس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (γ)

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $f(2)$ و $f(e)$ ثم انشئ (T) ، (γ) و (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

(u_n) متتالية معرّفة بـــ : $u_0 = 4e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$.

1) أ)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 4$.

ب)أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟ .

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(u_n) - 2\ln 2$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4)نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_n$

أ)عين العدد الطبيعي n الذي يحقق $S_n = 6\left(1 - e^{-2020\ln 2}\right)$

ب)عبر بدلالة n عن المجموع T_n حيث : $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \ldots\ldots + v_n^2$.

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على 8 كريات منهم : 3 حمراء و 3 خضراء و كريتين بيضاوين ، جميع الكريات متماثلة ولا نميز بينها باللمس

1) نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بدون إرجاع من الصندوق

نعتبر الحادثتين : " A" الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل

" B" الحصول على كريتين من نفس اللون

- بين أن $P(A) = \frac{13}{28}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$.

2) نضيف إلى الصندوق n كرية بيضاء ، نعتبر الحدث C الحصول على كريتين بيضاوين

- بين أن $P(C) = \frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} P(C)$ وماذا تستنتج ؟.

3) نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد من الصندوق (وضعية الصندوق الأولى)

وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) اعط قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

ب) احسب أمله الرياضياتي. ثم احسب التباين والانحراف المعياري

التمرين الثالث :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(Z-i\sqrt{3})(Z^2-2Z+4)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط A ، B ، C لواحقها على الترتيب: $Z_A=1+i\sqrt{3}$ $\quad Z_B=1-i\sqrt{3}$ $\quad Z_C=i\sqrt{3}$

أ)اكتب على الشكل الأسي Z_A ، Z_B ، Z_C ثم احسب العدد $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{2019}+\left(\frac{Z_B}{2}\right)^{1440}+\left(\frac{Z_C}{\sqrt{3}}\right)^{2970}$

ب)اكتب على الشكل الأسي العدد $L=\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,\alpha)(C,1)\}$ حيث $\alpha \neq -2$

عين قيمة α حتى تنتمي النقطة G إلى المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC

4) عين طبيعة مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $\left|iZ+\sqrt{3}-i\right|=\left|\overline{Z}+i\sqrt{3}\right|$

التمرين الرابع :

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-1+(x+2)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,5<\alpha<-0,4$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=e^x-\ln(x+2)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها . ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ)اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x+2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند مبدأ المعلم.

4) انشئ (C_f) و (Δ). تعطى $f(\alpha)\simeq 0,2$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x

حيث: $e^x+\ln(\frac{m+2}{x+2})=e^m$.

بالتوفيق في شهادة البكالوريا