مديرية التربية لولاية البيض ثانوية سي لعلى بن بوبكر الابيض سيدي الشيخ..............

ثانوية سي لعلى بن بوبكر الابيض سيدي الشيخ

الشعب الثالثة تقني رياضي

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

2020/2019

التاريخ : 2020/03/02

التوقيت : 08سا.......12 سا

معلومات و توجيهات عامة

1-الاجابةالمقدمة تكون باحد اللونين الازرق او الاسود كما يمنع استعمال القلم المصحح

2-يمكن للطالب انجاز التمارين حسب الترتيب الذي يناسبه

التمرين الاول:(04.5 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $5x - 6y = 3$.............(E) .

1-ا) -بيّن أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3

ب) -عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = 5$ ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

2)- استنتج حلول الجملة: $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

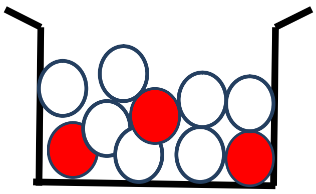
3)-عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $x^2 - y^2 \leq 56$

a و b عددان طبيعيان حيث $a = \overline{1\alpha 0\alpha 00}$ في نظام تعداد ذو الاساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 5 .

4)-عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

التمرين الثاني(05 نقاط) :

يحتوي كيس على 10 كرات : 7بيضاء و 3كرات سوداء كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس و نسجل لونها ثم نعيدها الى الكيس ونسحب منه كرة اخرى و نسجل لونها وننهي التجربة



1) -احسب إحتمال الحادثتين A «الكرتان المسحوبتان بيضاوان »

B «الكرتان المسحوبتان من نفس اللون »

نعرف لعبة حظ كما يلي:

تمنح لكل كرة بيضاء مسحوبة العلامة (α) و لكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع العلامات المحصل عليها

2)- اعــط قـــانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي X ثـــم أحسب امله الرياضياتي $E(X)$

3)-عين قيمة العــدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحـــة

-نضيف الى الكيس $(n-3)$ كـــرة سوداء و نعيد عملية السحب المعـــرفة اعــلاه

4)-ماهو عـــدد الكرات السوداء التي تم اضافتها الى الكيس علما ان احتمال الحادثة A هـــو $\frac{1}{4}$

التّمرين الثالث: (05 نقـــاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفـــة على المجال $[-1;3]$ بـــ $f(x)=\frac{x-4}{x+5}$: و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس و ليكن (Δ) المستقيم الــذي $y=x$ معـادلة له

1- ا)- ادرس اتجاه تغير الدالــة f على المجال $[-1;3]$

بـ) -ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيــم (Δ)

(U_n) المتتالية العــددية المعرفــة بحدها الاول $U_0=1$ ومــن اجل كل عـــدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

2- ا)- -برهــن بالتراجع انه من اجل كل عـــدد طبيعي n فـــان: $-2 \prec U_n \leq 1$

بـ)- ادرس اتجــاه تغيـــر المتتالية (U_n) ثـــم استنتج انهـــا متقاربة

- نعرف مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n المتتالية (v_n) كمـــا يلي: $V_n=\frac{1}{U_n+2}$

3- ا)- -بين ان (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين اساسها r و حــدها الاول V_0

بـ) -اكتب عبارة كل من v_n و U_n بدلالة n ثـــم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

جـ)- اثبت انه مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n : $u_0v_0+u_1v_1+.....+u_nv_n=\frac{1}{3}(1-n^2)$

التّمرين الرابع : (05.5 نقـــاط)

g الدالة العددية المعرفـــة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=a+(b-x)e^x$ حيث a و b عـــددان حقيقيان

نسمي (C_g) المنحنى الممثل للدالـــة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعـــامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

و المماس للمنحنى (C_g) عند النقطـــة A ذات الفاصلة 1 يوازي حامل محـــور الفواصل

1-ا)-بقـــراءة بيانية (الوثيقة المرفقة) عين : $g(0)$; $g'(1)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

بـ)- جـــد عبارة $g'(x)$ ثـــم استنتج قيمة كل مـــن العـــددين الحقيقيين a و b

n عـــدد طبيعي غير معدوم

نسمي: $g'=g^{(1)}$; $g''=g^{(2)}$; $g'''=g^{(3)}$ ....و $g^{(n)}$ المشتقات المتتابعـــة للدالـــة g

2)-برهن بالتراجع انه من اجل كل عـــدد طبيعي غير معدوم n فـــان: $g^{(n)}=(-n+2-x)e^x$

2- ا)- بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.21 \prec \alpha \prec 2.22$

ب)- بقراءة بيانية حدد اشارة $g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2}{1+e^{-x}}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- ا)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ فسر النتيجة بيانيا

ب)-أثبت أنه من أجل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xg(-x)}{(1+e^{-x})^2}$

2)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3)-بين ان $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$ ثم عين حصرا للعدد $f(-\alpha)$

لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=x^2$ و (C_h) تمثيلها البياني (**<u>الوثيقة المرفقة</u>**)

4- ا)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-h(x)]$ فسر النتيجة بيانيا ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المنحنى (C_h)

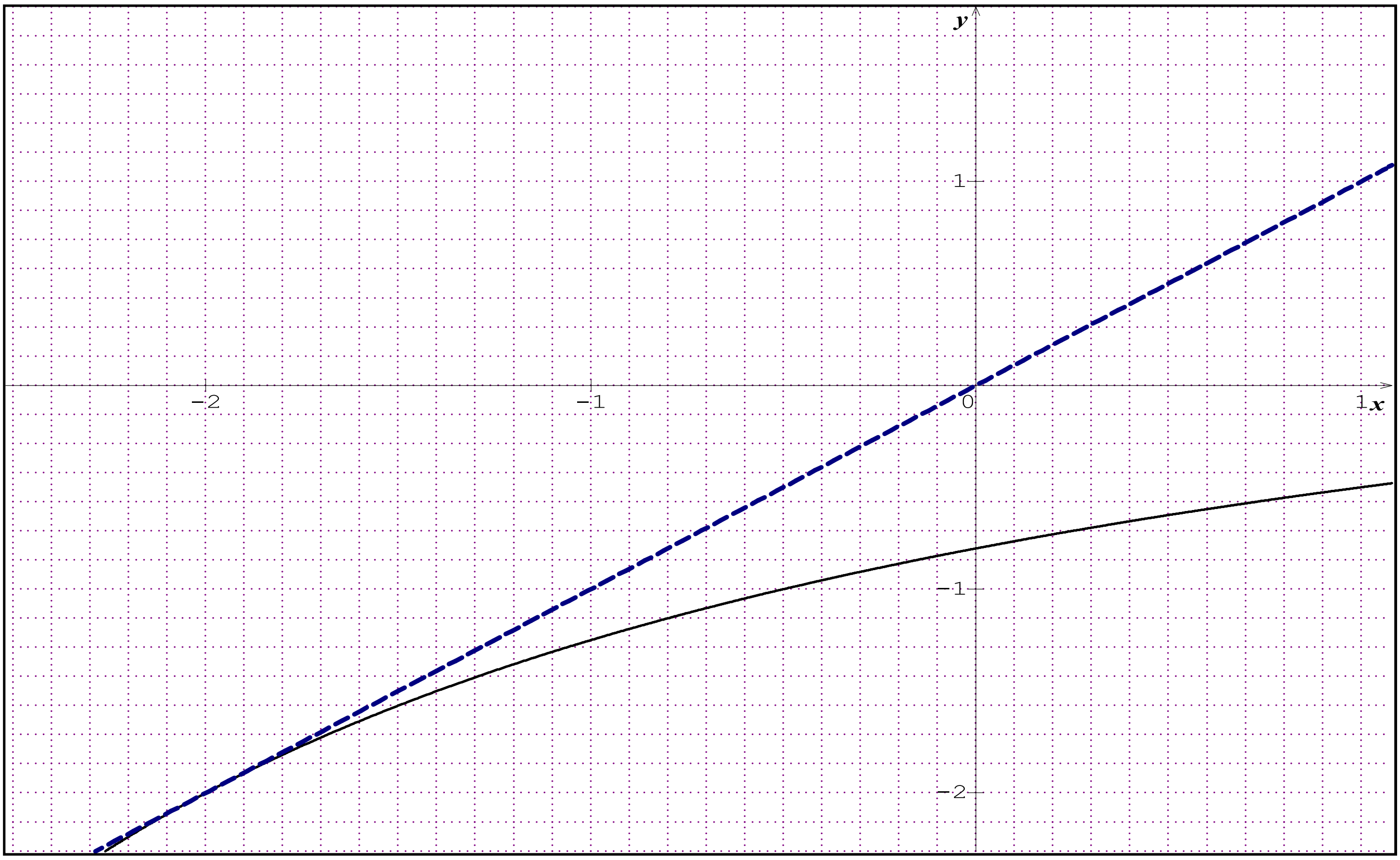
ب)- انشىء المنحنى (C_f) ناخذ $f(-\alpha)\approx 0.48$

m وسيط حقيقي

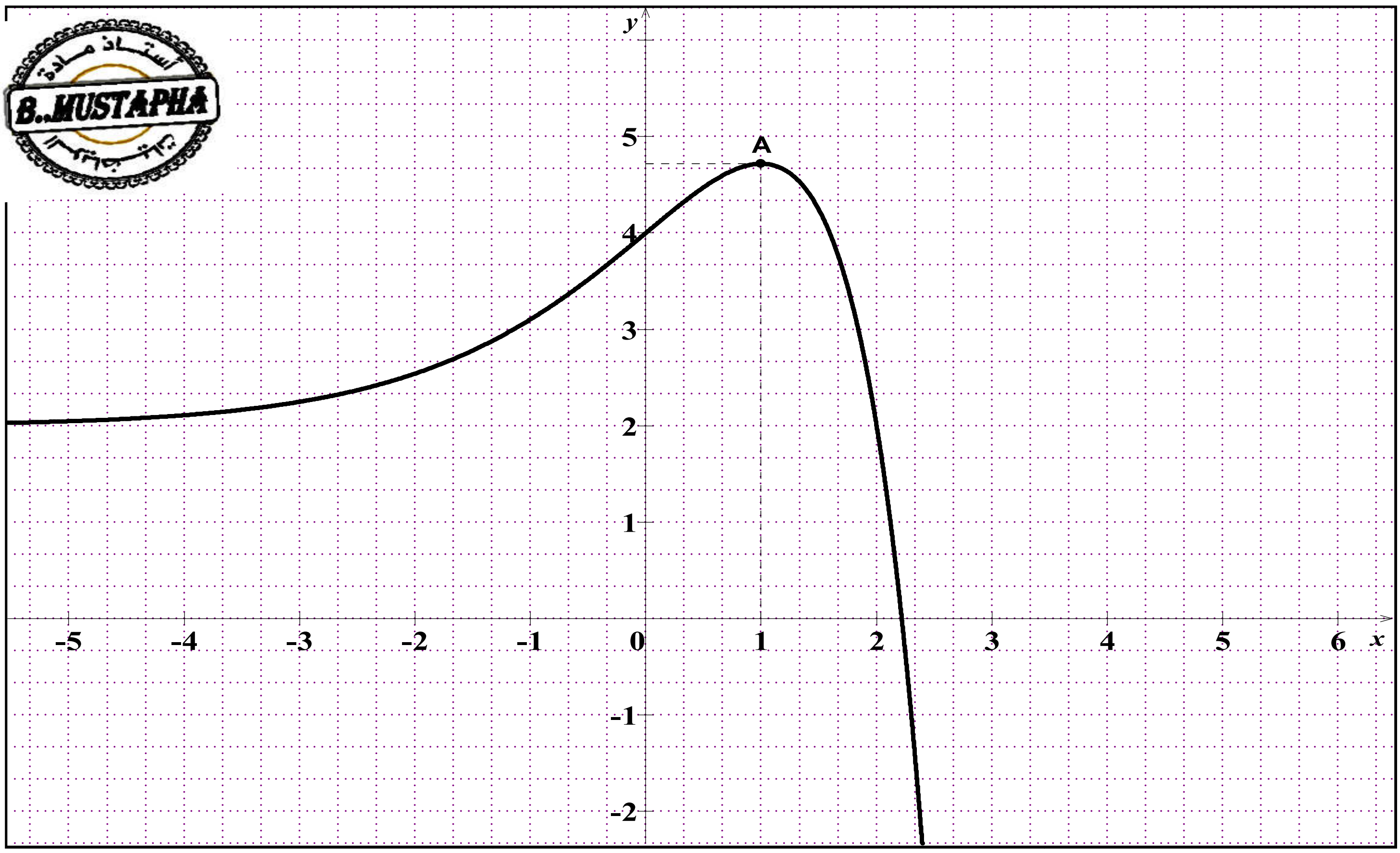
5)- حدد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2=x+(m-2)e^{-x}$ حلين موجبين

استاذ المادة

(<u>الوثيقــــة المرفقة)</u> الخاصة بالتمرين الثالث



<u>الو ثيقــــة المرفقة)</u> الخاصة بالتمرين الرابع



2020/2019

تصحيح اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

حل التّمرين الاول (05 نقـــاط) :

1-ا) ـاثبات إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3

لدينا: $5x - 6y = 3$ معناه $5x = 3(y+2)$ ومنه حسب مبرهنة غوص $3 / 5x$ و 3 و 5 اوليان فيما بينهما ومنه $3 / x$

ب) ـتعيين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = 5$

لدينا: $\begin{cases} 5x_0 - 6y_0 = 3 \\ x_0 + y_0 = 5 \end{cases}$ ومنه : $(x_0;y_0) = (3;2)$

حل المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$

لدينا : $\begin{cases} 5x - 6y = 3 \\ 5(3) - 6(2) = 3 \end{cases}$ بالطرح طرفا لطرف نجد: $5(x-3) = 6(y-2)$ ومنه و حسب مبرهنة غوص فان 6 و 5 اوليان فيما بينهما و $6 / 5(x-3)$ أي : $6 / x-3$ وعليه: $x = 6\text{k} + 3$ ومنه : $y = 5\text{k} + 2$ مع $\text{k} \in \mathbb{Z}$

2)- استنتاج حلول الجملة: $\begin{cases} x = 6\alpha + 1 \\ x = 5\beta - 4 \end{cases}$

لدينا $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$ معناه $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$ ومنــه $x = 30\text{k} + 11$ مــع $\text{k} \in \mathbb{Z}$

3)-تعيين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلــة (E) التي تحقق: $x^2 - y^2 \leq 56$

لدينا : $x^2 - y^2 \leq 56$ معناه: $(6\text{k}+3)^2 - (5\text{k}+2)^2 \leq 56$ أي: $11\text{k}^2 + 16\text{k} - 51 \leq 0$

بدراسة اشارة المقدار: $11\text{k}^2 + 16\text{k} - 51$ نجد ان $\text{k} \in \{-3;-2;-1;0;1\}$ ومنه الثنائيات $(x;y)$ المطلوبة هي

$(-15;-13);(-9;-8);(-3;-3);(3;2);(9;7)$

a و b عــددان طبيعيان حيث في نظام تعــداد ذو الاساس 3 و في نظــام تعــداد أساسه 5 .

4)-تعيين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

لدينا: $a = \overline{1\alpha0\alpha00} = 90\alpha + 243$ و $b = \overline{\alpha\beta0\alpha} = 126\alpha + 25\beta$ لكن: $5a - 6b = 3$

ومنه : $5(90\alpha + 243) - 6(126\alpha + 25\beta) = 3$ أي $51\alpha + 25\beta = 202$

مع $\alpha \in \{0;1;2\}$ ومنه : $\alpha = 2$ و $\beta = 4$

حل التّمرين الثاني(05 نقـــاط) :

لدينا الكيس به على 10 كـرات : بيضاء و 3 كرات حمراء

بما ان السحب على التوالي و دون ارجاع فــان عــدد الطرق الممكنة للسحب هو: $n^p = 10^2 = 100$

1) ـحساب إحتمال الحادثة A «الكرتــان المسحوبتان بيضــاوان »

2) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين هو : $7^2 = 49$ ومنه : $P(A) = \frac{49}{100}$

احتمال الحادثة B «الكرتــان المسحوبتان مــن نفس اللون »

3) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين او سوداوين هو : $7^2 + 3^2 = 58$ ومنه: $P(B) = \frac{58}{100}$

قيم المتغير العشوائي X : 2α ; 0 ; 2α

2)- قـــانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي X

$X = x_i$	-2α	0	2α
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

حساب الامل الرياضياتي $E(X)$: $E(X) = (-2\alpha) \times \frac{9}{100} + 0 \times \frac{9}{100} + (2\alpha) \times \frac{49}{100}$ ومنه $E(X) = \frac{4}{5}\alpha$

3)- قيم العـدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحـــة

اللعبة مربحـــة معناه : $E(X) \succ 0$ ومنه: $\alpha \succ 0$

-بعد اضافة $(n - 3)$ كـــرة سوداء يصبح لدينا n كرة وسوداء و 7 كـــرات بيضاء ومنتتته: $P(A) = \frac{49}{(n+7)^2}$

4)-بحل المعادلة: $\frac{49}{(n+7)^2} = \frac{1}{4}$ ومنه: $n = 4$ وهو عـــدد الكرات السوداء التي يجب اضافتها الى الكيس

حل التّمرين الثالث: (05 نقـــاط)

ا)- دراسة اتجاه تغير الدالـــة f على المجال $[-1;3]$

لدينا $f'(x) = \frac{9}{(x+5)^2} \succ 0$ ومنه f متزايدة تماما على المجال $[-1;3]$

2- ا)- -البرهان بالتراجع انه من اجل كل عـــدد طبيعي n فـــان: $-2 \prec U_n \leq 1$

مرحلة التحقق من اجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 1$ و $-2 \prec U_0 \leq 1$ ومنه الخاصية محققة

مرحلة البرهنة نفرض ان $-2 \prec U_n \leq 1$ محققة و نبرهن ان $-2 \prec U_{n+1} \leq 1$ محققة كذلك

لدينا من فرضية التراجع $-2 \prec U_n \leq 1$ ومنه $f(-2) \prec f(U_n) \leq f(1)$ أي $-2 \prec U_{n+1} \leq -0.5 \leq 1$

ومنه $-2 \prec U_{n+1} \leq 1$ و هو المطلوب ومنه (U_n) محدودة

ب)- دراسة اتجـاه تغيـــر المتتالية (U_n) ثـــم استنتاج انهـا متقاربة

لدينا: $U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n+2)^2}{U_n+5}$ ومنه (U_n) متتالية متناقصة وبما انها محدودة من الاسفل بـــ-2 فهي متقاربة

3- ا)- -اثبات ان (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين اساسها r و حـدها الاول V_0

لدينا: $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{3}$ ومنه (v_n) متتالية حسابية اساسها $r = \frac{1}{3}$ و حـدها الاول $V_0 = \frac{1}{3}$

ب) -كتابة عبارة كل من v_n و U_n بدلالة n : $v_n = \frac{1}{3}(n+1)$ و $U_n = \frac{1-2n}{1+n}$

استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[\frac{1-2n}{1+n}\right] = -2$

جـ)- اثبات انه مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n : $u_0v_0 + u_1v_1 + ... + u_nv_n = \frac{1}{3}(1-n^2)$

مماسبق لدينا $u_nv_n=1-2v_n$ ومنه $u_0v_0+u_1v_1+.....+u_nv_n=1+1+...+1-2\left(v_0+v_1+...+v_n\right)$

ومنه: $u_0v_0+u_1v_1+.....+u_nv_n=(n+1)-(n+1)\left[1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}(1+n)\right]$

ومنه: $u_0v_0+u_1v_1+.....+u_nv_n=\frac{1}{3}\left(1-n^2\right)$

حل التّمرين الرابع : (05.5 نقـــاط)

1-ا)-بقـــراءة بيانية نجد : $g(0)=4$; $g'(1)=0$: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=2$

ب)- عبارة $g'(x)$: $g'(x)=(-1+b-x)e^x$ $g(x)=2+(2-x)e^x$

استنتج قيمة كل من العددين الحقيقيين a و b

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=2$ ومنه $a=2$ و $g'(1)=0$ معناه $b=2$ ومنه $g(x)=2+(2-x)e^x$

2)-البرهن بالتراجع انه من اجل كل عـــدد طبيعي غير معدوم n فـــان: $g^{(n)}=(-n+2-x)e^x$

مرحلة التحقق

من اجل $n=1$ لدينا $g^{(1)}=(1-x)e^x$ و $g'=(1-x)e^x$ ومنه الخاصيةمحققة من اجل $n=1$

مرحلة البرهنة

نفرض ان $g^{(n)}=(-n+2-x)e^x$ محققة و نبرهن ان $g^{(n+1)}=(-n+1-x)e^x$ محققة كذلك

لدينا $g^{(n+1)}=-e^x+e^x(-n+2-x)$ أي $g^{(n+1)}=e^x\left[-1-n+2-x\right]$ أي $g^{(n+1)}=(-n+1-x)e^x$

2- ا)- اثبات ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.21\prec\alpha\prec 2.22$

مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]2.21;2.22[$ و $g(2.21)\approx 0.08$ و $g(2.22)\approx -0.02$

بماان $g(2.21)\times g(2.22)\prec 0$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة تقبل حلا وحيدا α حيث :

$2.21\prec\alpha\prec 2.22$

ب)– تحديد اشارة: $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

استنتاج اشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$g(-x)$		$-$	0	$+$	

1- ا)- حساب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{1+e^{-x}}=+\infty$

-2

-3 تنبيان ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2e^x}{1+e^x}=0$

-4 فسر النتيجة بيانيا $y=0$ مستقيم مقارب افقي للمنحنى (C_f)

ب)-اثبات أنه مـــن أجل عـــدد حقيقي x مـــن $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{xg(-x)}{\left(1+e^{-x}\right)^2}$

لدينا : $f'(x)=\frac{2x\left(1+e^{-x}\right)+x^2e^{-x}}{\left(1+e^{-x}\right)^2}=\frac{x\left[2+(x+2)e^{-x}\right]}{\left(1+e^{-x}\right)^2}$ ومنه : $f'(x)=\frac{xg(-x)}{\left(1+e^{-x}\right)^2}$

2)- استنتاج اتجـاه تغير الدالـــة f : $f'(x)=0$ معناه: $x=0$ او $x=-\alpha$

x	$-\infty$		$-\alpha$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

جـدول تغيرات الدالـــة f :

x	$-\infty$		$-\alpha$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(-\alpha)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3)-اثبا ت ان: $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$

لدينا: $f(-\alpha)=\dfrac{\alpha^2}{1+e^{\alpha}}=-\alpha(2-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$: علما ان $2+(2-\alpha)e^{\alpha}=0$: أي $g(\alpha)=0$:

حصرا للعـدد $f(-\alpha)$: لدينا $2.21\prec\alpha\prec2.22$ ومنه $0.21\prec\alpha-2\prec0.22$ أي $0.46\prec f(-\alpha)\prec0.48$

4- ا)- حساب: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-x^2e^{-x}}{1+e^{-x}}\right]=0$

<u>تفسير النتيجـة بيانيا</u> : المنحنى (C_h) مقارب لــ (C_f) عند $+\infty$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة الى المنحنى (C_h) : $\dfrac{-x^2e^{-x}}{1+e^{-x}}\leq0$ ومنه المنحنى (C_f) يقع اسفل (C_h)

ب)- انشاء المنحنى (C_f) :

5)- تحديد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلـــة: $2=x+(m-2)e^{-x}$ حلين موجبين

لدينا: $2=x+(m-2)e^{-x}$ معناه $2e^{x}=xe^{x}+m-2$: ومنه $m=g(x)$

بقراءة بيانية نجد ان: $4\prec m\prec1+e$