الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية الشهيد بن قرون أحمد/ عمر

امتحان الفصل الثاني — السنة الدراسية: 2020/2019

المستوى: 3 علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح اختيار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

I. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(\bar{z}-4\right)\left(z^2+4z+16\right)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط C,B,A ذات اللواحق: z_C,z_B,z_A على الترتيب بحيث: $z_A=-2-2i\sqrt{3}$ ، $z_B=\bar{z}_A$ ، $z_A=e^{i\frac{-2\pi}{3}}z_C$

1) أ) اكتب العددين المركبين z_B,z_A على الشكل الاسي والعدد z_C على الشكل الجبري.

ب) استنتج ان النقط C,B,A تنتمي الى دائرة يطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها ثم انشئ بدقه النقط C,B,A

2) بين ان $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=e^{-\frac{\pi}{3}i}$ ثم استنتج نوع المثلث ABC.

3) أ)بين ان العدد المركب $\frac{\sqrt{3}}{2}i\times\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}\right)^{2025}+\left(\frac{z_B}{4}\right)^{1438}$ حقيقي سالب تماما.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}\right)^{n}$ حقيقي سالب.

4) D النقطة ذات اللاحقة: $z_D=10+2i\sqrt{3}$

أ) حدد النسبة وزاويه للتشابه المباشر S الذي مركزه B والذي يحول D الى A

ب) بين ان النقط A,C,D في استقامية.

5) أ) M نقطه كيفيه من المستوي لاحقتها z. عين (E) مجموعة النقط M التي من اجلها يكون:

$\arg\left(\frac{z-z_B}{z-z_D}\right)=\frac{-\pi}{2}+2\pi k;k\in\mathbb{Z}$ ثم انشئ (E).

ب) عين طبيعة المجموعة (E') صورة (E) بالتشابه المباشر S وعين عناصرها المميزة ثم انشئها في نفس الرسم السابق.

التمرين الثاني:

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $\begin{cases}u_o=\alpha\\ u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-3\end{cases}$ حيث α عدد حقيقي.

- عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II. في كل مما يلي نضع $\alpha = 6$.

1) برهن بالتراجع أنه : "من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ -9$ " و أنه "من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} \prec u_n$ "

2) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) برهن بالتراجع أنه : "من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 15\left(\frac{2}{3}\right)^n - 9$ " ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ مع التبرير.

4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $(u_2+9)(u_3+9)\times\ldots\times(u_n+9) = \left(15\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n+2}{2}}\right)^{n-1}$

التمرين الثالث:

كيس به 10كرات لا نميز بينها باللمس منها 5 بيضاء ، 3 سوداء و 2 حمراء.

من الكرات البيضاء توجد كرتان تحملان الحرف A و كرتين تحملان الحرف L وكرة تحمل الحرف G.

ومن الكرات السوداء توجد كرة تحمل الحرف A وكرة تحمل الحرف L وكرة تحمل الحرف G.

ومن الكرات الحمراء توجد كرة تحمل الحرف A وكرة تحمل الحرف G.

نسحب ثلاث كرات من الكيس في آن واحد.

نعتبر الاحداث : B "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون" C"الحصول على ثلاث كرات تحمل حروف كلمة ALG "

D:"الحصول على كرة زرقاء على الاكثر "، E:"الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون علما أن تحمل حروف كلمة ALG "

1) احسب احتمال الاحداث : B ، C، D.

2) بين أن $p(E) = \frac{5}{36}$.

3) يدفع لاعب 1000دج ويشارك في لعبة حيث انه يتحصل على 500دج مقابل كل ظهور لكرة بيضاء .ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل قيمة الربح أو الخسارة للاعب .

أ) عين قيم X

ب) عين قانون احتمال X

ج) هل اللعبة في مصلحة اللاعب؟

التمرين الرابع:

I. g الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين أنه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطه وحيده فاصلتها α تحقق : $0.7 \prec \alpha \prec 0.8$

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x+1)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-2m$ حلين متمايزين.

6) t هي الدالة المعرفة على $\left]-\infty;\dfrac{2}{3}\right[$ بـ: $t(x)=f(-3x+2)$.

- دون حساب عبارة الدالة t حدد مع التبرير اتجاه تغير الدالة t على مجال تعريفها .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الاول:

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{n}{2(n+1)}u_n + \dfrac{3(n+2)}{2(n+1)} \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه : "من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n \leq 3$ "

2) ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) احسب نهاية المتتالية (u_n)

II) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = n(3-u_n)$

1) برهن أن (v_n) متتالية هندسيه يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1

2) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) احسب نهاية المتتالية (u_n) مره اخرى

4) احسب المجموعين S_n ، S'_n حيث : $S_n = \dfrac{v_1}{3-u_1} + \dfrac{v_2}{3-u_2} + ... + \dfrac{v_n}{3-u_n}$ ،

$S'_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + ... + nu_n$

التمرين الثاني:

صندوقان غير شفافين U_1, U_2 يحتوي الصندوق U_1 على 5 كرات خضراء و4كرات صفراء ويحتوي الصندوق U_2 على 4 كرات خضراء و3كرات صفراء (الكرات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة اوجه مرقمه من 1 الى 6

اذا ظهر الرقمان 3 أو 5 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين على التوالي مع الارجاع من الصندوق U_2 .

نعتبر الاحداث : A"سحب كرتين خضراوين" B" سحب كرتين صفراوين " و C"سحب كرتين من لونين مختلفين "

1) شكل شجرة احتمالات مناسبه للتجربة.

2) احسب احتمالات الاحداث A، B، C

3) علما اننا تحصلنا على كرتين صفراوين، ما احتمال ان تكونا من الصندوق U_2

4) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة .

أ- عين قيم المتغير العشوائي **X** .

ب- عين قانون احتمال X ثم احسب امله.

التمرين الثالث:

المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ (الوحدة $2cm$)

1. تحقق أنه من أجل كل عددين مركبين a و b لدينا : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

2. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^3 = 8$

3. نعتبر A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب a ، b و c حيث:

$$z_A = 2 \quad ، \quad z_B = -1 + i\sqrt{3} \quad ، \quad z_C = -1 - i\sqrt{3}$$

نسمي r دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ و r' دوران مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

نضع $B' = r'(B)$ و $C' = r(C)$ نرمز بالعددين $z_{B'}$ و $z_{C'}$ الى لاحقتي النقطتين B' و C' على الترتيب .

أ. مثل النقط A ، B و C في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$.

ب. أثبت أن $z_{B'} = 2 + \sqrt{3} + 3i$ ،وأن العددان $z_{B'}$ و $z_{C'}$ مترافقان.

4. نسمي النقط M ، N ، P و Q منتصفات القطع $[CB]$ ، $[BB']$ ، $[B'C']$ و $[C'C]$.ونرمز بالأعداد z_M ، z_N ، z_P و z_Q الى لواحقها .

أ. أثبت أن اللاحقة z_N للنقطة N تساوي $\frac{1+\sqrt{3}}{2}\left(1+i\sqrt{3}\right)$.

ب. استنتج أن النقط O ، N و C على استقامة واحدة .

ج. أثبت أن $z_N + 1 = i(z_Q + 1)$. استنتج طبيعة المثلث MNQ.

التمرين الرابع:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln\left(e^x + 2e^{-x}\right)$.

و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المنحنى (C) يقبل محور تناظر معادلته $x = \frac{\ln 2}{2}$.

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = x + \ln\left(1 + 2e^{-2x}\right)$.

ب) برهن أن المستقيم $(D): y = x$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (D).

5) أثبت أن المستقيم $(T): y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (T).

6) أرسم (D) و (T) ثم المنحنى (C).

7) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.

أ. بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$.

أ. برهن أن الدالة h زوجية.

ب. أدرس قابلية الاشتقاق للدالة h عند القيمة $x_0 = 0$.

ج. اشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم أرسم (Γ).

انتهى الموضوع الثاني