الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية أم البواقي

ث/ معمري عبد الرحمن-عين البيضاء- — السنة الدراسي: 2020/2019

الشعبة: علوم تجريبية — المستوى: 3 علوم تجريبية

اختبار الفصل الثاني في مادة: رياضيات — المدة: ساعتين

التمرين الأول: 04 نقاط:

المتتالية (u_n) المعرّفة بحدّها الأول $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$

1- أحسب $u_2;u_1$ و u_3

2- المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بــــ: $v_n=u_n+\left(\frac{2}{3}\right)^n$

أ) برهن بالتراجع أن (v_n) متتالية ثابتة

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3- المتتالية العددية (w_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بــــ: $w_n=\frac{2}{3}n-\left(\frac{2}{3}\right)^n$

- أحسب المجموع S حيث: $S=w_0+w_1+w_2+.....+w_n$

التمرين الثاني: 06 نقاط

يحتوي صندوق على 4 كرات حمراء وكرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.

1- نسحب عشوائيا بالتتابع ودون إرجاع كرتين من الصندوق، أحسب احتمال كل حادثة من الأحداث التالية:

A_0 < لم تسحب أي كرة سوداء>

A_1 < سحبت كرة واحدة سوداء بالضبط>

A_2 < الكرتين المسحوبتين سوداويين>

2- بعد السحب الأول بقيت في الصندوق أربع كريات، نجري سحبا ثانيا لكرتين بالتتابع ودون إرجاع ونعتبر الأحداث التالية: B_0 < لم تسحب أية كرة سوداء عند السحب الثاني>

B_1 < سحبت بالضبط كرة واحدة سوداء عند السحب الثاني>

B_2 < الكرتين المسحوبتين عند السحب الثاني سوداوين>

أ- أحسب الاحتمالات التالية: $P_{A_0}(B_0);P_{A_1}(B_0)$ و $P_{A_2}(B_0)$، ثم استنتج $P(B_0)$

ب- أحسب بالطريقة نفسها الاحتمالين $P(B_1)$ و$P(B_2)$.

ج- إذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط، ما هو احتمال الحصول على كرة واحدة سوداء بالضبط عند السحب الأول؟

3- نعتبد الحادثة: R < لكي تسحب الكرتين السوداوين تم بالضبط إجراء السحب الأول والسحب الثاني>

- بين أن $P(R)=\frac{1}{3}$

4- نسحب هذه المرة عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق، ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء المكونة لها.

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X، ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث: 10 نقاط

I. نعتبر f الدالة للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستو المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- أ-تحقق أنه من أجل كل x: $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ ثم استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$

ب-بين أن من أجل كل عدد حقيقي x: $1-\dfrac{2}{\sqrt{e^x}}+\dfrac{2}{e^x}>0$

2- أحسب $\lim\limits_{n\longrightarrow+\infty} f(x)$

- بين أن $\lim\limits_{n\longrightarrow-\infty} f(x)=\ln(4)$ وفسر النتيجة هندسيا.

3- أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ ثم تحقق أن $f'(0)=0$

ب-أدرس إشارة $\left(\sqrt{e^x}-1\right)$ على $\mathbb{R}$ استنتج أن متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0]$.

4- أ-تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2x+2\ln\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{e^x}}+\dfrac{2}{e^x}\right)$

ب-بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى بجوار $+\infty$

5- أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$

ب-أدرس إشارة $\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ و $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على $\mathbb{R}$.

ج-استنتج أنه من أجل كل x من $[0;\ln(4)]$: $e^x-2\sqrt{e^x}+2\le\sqrt{e^x}$

د-بين أنه من أجل كل x من $[0;\ln(4)]$: $f(x)\le x$

6- أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f) (نقبل أن يقبل نقطتي انعطاف فاصلة إحداهما أصغر من وفاصلة الأخرى أكبر من تحديدهما ليس مطلوب ونأخذ $\ln(4)=1.4$)

II. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f

1-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le\ln(4)$

2-بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3-استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.