ثا نوية الشهداء الإخوة فروج – بومدفع - 2020/03/06 المدة : 3 سا	**اختبار الفصل الثاني لمادة الرياضيات**	الاثنين أقسام: 3 عتج1-2

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{9+u_n^2}{2u_n}$.

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 3$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على ℕ و استنتج أنها متقاربة.

3) أ- برهن أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 3 \le \frac{1}{2}(u_n - 3)$.

ب- استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n - 3 \le 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

جـ- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، نضع : $v_n = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$.

أ- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $3n < v_n \le 6\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) + 3n$.

ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{v_n}{n}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

1) نختار عشوائيا وفي ان واحد ثلاث وردات من هذه الباقة .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة اختيارعدد الوردات الصفراء المختارة .

أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- احسب الامل الرياضياتي $E(X)$.

2) نختار على التوالي وبدون ارجاع ثلاث وردات من هذه الباقة.

نعتبر الحوادث التالية: A : " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون " .

B : " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر " .

C :" اختيار ثلاث وردات حمراء "

أ- احسب الاحتمالات التالية : $\mathrm{p}(A)$, $p(B)$ و $\mathrm{p}(C)$.

ب- علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو احتمال أن تكون حمراء.

التمرين الثالث : (05 نقـاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة ℂ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $(z-2)(z^2+2z+4)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, u, \vec{v})$. A , B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب:

$z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 2$.

أ- علم النقط A , B و C.

ب- بين أن: $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ- عين مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

3) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $2\left(z+\bar{z}\right)+z\bar{z}=0$.

أ- عين طبيعة المجموعة (Γ) والعناصر الهندسية المميزة لها.

بـ- تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

4) ليكن R الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ- أكتب العبارة المركبة للدوران R ثم عين صورة النقطة B بالدوران R .

بـ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

جـ- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R.

<u>التمرين الرابع</u> : (07 نقــاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f\left(x\right)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، $f'\left(x\right)=\dfrac{-2+\ln x^2}{x^2}$.

بـ- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

4) أحسب $f\left(-x\right)+f\left(x\right)$ ، ماذا تستنتج؟

5) بين أن المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]-0,71\ ;\ -0,70\right[$.

6) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويمس المنحنى $\left(C_f\right)$ في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما ، اكتب معادلة المماس (T) .

7) أنشئ كلا من (T) و $\left(C_f\right)$.

8) m عدد حقيقي . نعتبر المستقيمات $\left(d_m\right)$ المعرفة بمعادلاتها : $y=mx+1$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(0,1)$ تنتمي إلى المستقيمات $\left(d_m\right)$.

بـ- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f\left(x\right)=mx+1$.

9) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=1+\dfrac{\ln x^2}{|x|}$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني المعلم السابق.

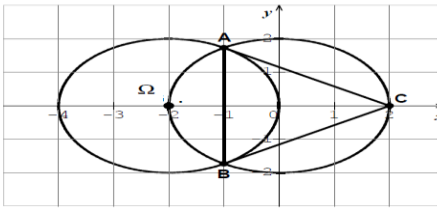
أ- بين أن h دالة زوجية.

بـ- دون دراسة اتجاه تغيرات h ، أنشئ $\left(C_h\right)$ ، علل ذلك .

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

التصحيح النموذجي لموضوع اختبار الفصل الثاني مادة: الرياضيات / الشعبة: علوم تجريبية / -2019 -2020

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
<u>التمرين الأول (04 ن)</u> 1) برهان بالتراجع : $p(n): u_n>3$ لدينا $p(0)$ محققة و $p(n+1): u_{n+1}>3$ وعليه $u_{n+1}-3=\frac{(u_n-3)^2}{2u_n}>0$.	0,5	0,5
2) لدينا: $u_{n+1}-u_n=\frac{(3+u_n)(3-u_n)}{2u_n}<0$. بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فهي متقاربة .	1	1
3) أ- لدينا $3<u_n\le 6$ (لان (u_n) متناقصة) وعليه $0<u_n-3\le 3$ و $\frac{1}{12}<\frac{1}{2u_n}\le\frac{1}{6}$ ومنه $0<\frac{u_n-3}{2u_n}\le\frac{1}{2}$ وعليه $\frac{(u_n-3)^2}{2u_n}\le\frac{1}{2}(u_n-3)$ أي $u_{n+1}-3\le\frac{1}{2}(u_n-3)$. بـ- لدينا: $u_1-3\le\frac{1}{2}(u_0-3)$ و $u_2-3\le\frac{1}{2}(u_1-3)$ و............ و $u_n-3\le\frac{1}{2}(u_{n-1}-3)$. وبالضرب طرفا لطرف نجد $u_n-3\le(u_0-3)\left(\frac{1}{2}\right)^n$ أي $u_n-3\le3\left(\frac{1}{2}\right)^n$. (يمكن الاستعانة بالبرهان بالتراجع) جـ-باستعمال النهاية بالمقارنة لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}3\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n-3=0$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$.	0,5 0,5 0,5	1,5
4) أ- لدينا: $0<u_0-3\le3\left(\frac{1}{2}\right)^0$ و $0<u_1-3\le3\left(\frac{1}{2}\right)^1$ و............ و $0<u_{n-1}-3\le3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. بالجمع طرفا لطرف نجد $0<v_n-3n\le3\left(1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+........+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ أي $0<v_n-3n\le3\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\right)$. ومنه $0<v_n-3n\le6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ وعليه $3n<v_n\le6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)+3n$. بـ- باستعمال النهاية بالمقارنة : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n}{n}<\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}\le\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)+3n}{n}$ ومنه $1<\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}\le1$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}=1$.	0,5 0,5	1
<u>التمرين الثاني (04 ن)</u> **أ- القيم الممكنة لـ X هي :** 0 , 1 و 2 . $P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_9^3}=\frac{35}{84}$. $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_7^2}{C_9^3}=\frac{42}{84}$. $P(X=2)=\frac{C_2^2\times C_7^1}{C_9^3}=\frac{7}{84}$. $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline X=x_i & X=0 & X=1 & X=2 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{35}{84} & \frac{42}{84} & \frac{7}{84} \\ \hline\end{array}$ **بـ-الامل الرياضياتي** $E(X)$ **:** $E(X)=\left(0\times\frac{35}{84}\right)+\left(1\times\frac{42}{84}\right)+\left(2\times\frac{7}{84}\right)=\frac{56}{84}$.	$3\times0,25$ $3\times0,25$ 0,5	2
2) أ- $P(A)=\frac{A_4^3+A_5^3}{A_9^3}=\frac{30}{504}=\frac{5}{84}$. $P(B)=3\times\frac{A_4^2+A_5^1}{A_9^3}+\frac{A_4^3}{A_9^3}=\frac{204}{504}=\frac{17}{42}$. $P(C)=\frac{A_4^3}{A_9^3}=\frac{24}{504}=\frac{1}{21}$. بـ- $P_A(C)=\frac{P(A\cap C)}{P(A)}+\frac{P(C)}{P(A)}=\frac{1/21}{5/84}=\frac{4}{5}$.	$3\times0,5$ 0,5	2

التمرين الثالث (05 ن) (1 $S=\left\{2\,;-1+i\sqrt{3}\,;\,1-i\sqrt{3}\right\}$.	$3\times0,25$	$0,75$
(2 أ- تعليم النقط: a , b و c .  ب- $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ولدينا $\left\|\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right\|=\frac{BC}{AC}=1$ و $\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\pi}{3}$ ومنه ABC متقايس الأضلاع. جـ- مركز ثقل المثلث ABC هي G حيث $z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}=0$ ومنه $G=O$ أي مركز الدائرة (C) هي مبدأ المعلم O ونصف قطرها $r=OA=OB=OC=\|z_A\|=\|z_B\|=\|z_C\|=2$.	$3\times0,25$ $2\times0,25$ $2\times0,25$	$1,75$
(3 أ- نضع: $z=x+iy$ ومنه لدينا $z+\bar{z}=2x$ و $z\bar{z}=x^2+y^2$ وعليه $2\left(z+\bar{z}\right)+z\bar{z}=0$ تكافئ $(x+2)^2+y^2=4$ إذن (Γ) هي الدائرة مركزها $\Omega(-2,0)$ ونصف قطرها 2 . ب- لدينا $\Omega A=\|z_A-z_\Omega\|=2$ و $\Omega B=\|z_B-z_\Omega\|=2$ ومنه النقطتان A و B تنتميان إلى الدائرة (Γ) .	$3\times0,25$ $2\times0,25$	$1,25$
(4 أ- لدينا $\|a\|=1$ و $\arg(a)=\frac{\pi}{3}$ ومنه $a=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ولدينا $z_A=\frac{b}{1-a}$ وعليه $b=z_A(1-a)=1+i\sqrt{3}$ ومنه العبارة المركبة: $z'=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z+1+i\sqrt{3}$. صورة B بالدوران هي C لأن: $z_C=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_B+1+i\sqrt{3}=2$. ب- . $z_D=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_C+1+i\sqrt{3}=2+i2\sqrt{3}$. الرباعي $ABCD$ معين . جـ- صورة المجموعة (Γ) هي دائرة (Γ') مركزها Ω' صورة النقطة Ω بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$ حيث $z_{\Omega'}=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_\Omega+1+i\sqrt{3}=0$ ومنه (Γ') مركزها O نصف قطرها هو 2 .	$2\times0,25$ $2\times0,25$ $0,25$	$1,25$
التمرين الرابع (07 ن) (1 حساب النهايات: $\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{2\ln(-x)}{(-x)}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{2\ln(-x)}{x}\right)=1$ ، $\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2\ln x}{x}\right)=1$. $\lim_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$. **بيانيا:** يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ عند $-\infty$ و $+\infty$ و مستقيما مقاربا هو حامل محور التراتيب بجوار 0 .	$4\times0,25$ $0,25$	$1,25$
(2 أ- لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\frac{-2+\ln x^2}{x^2}$. اشارة $f'(x)$ هي من اشارة $-2+\ln x^2$. ب- إشارة $f'(x)$.	$0,25$ $0,25$	1

x	$-\infty$		$-e$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

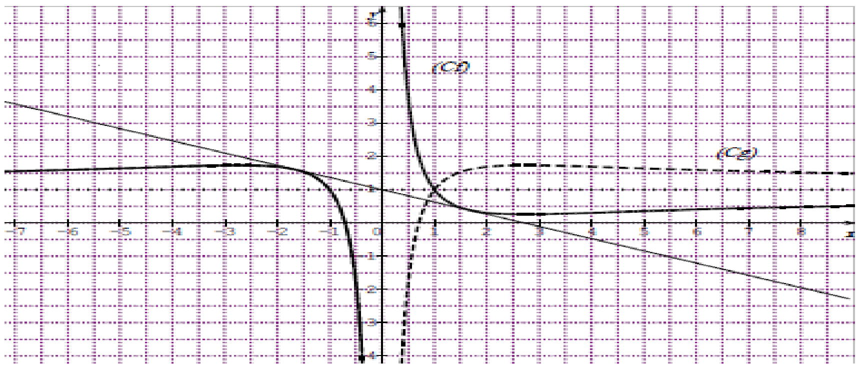
الدالة f متزايدة على كل من $]-\infty;-e]$ و $[e;+\infty[$ ومتناقصة على كل من $[-e;0[$ و $]0;e]$.

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		$-e$		0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{e+2}{e}$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$\frac{e-2}{e}$	$\nearrow$	1

(0,5)

(3 $f(x)=1$ ومنه $x=-1$ أو $x=1$ وعليه $(C_f)\cap(\Delta)=\{M(1,1);N(-1,1)\}$.	$2\times0,25$	$0,5$
(4 $f(-x)+f(x)=2$ استنتاج النقطة $\omega(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .	$0,25$	$0,25$

$0,25$	$0,25$	5) f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[-0,71;-0,70]$ ولدينا $f(-0,71)\approx 0,04$ و $f(-0,70)\approx -0,02$ ومنه $f(-0,71)\times f(-0,70)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي α من $]-0,71;-0,70[$ بحيث $f(\alpha)=0$.
$0,75$	$0,5$ $+$ $0,25$	6) لدينا معادلة المماس (T): $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ومنه $A\in(T)$ تكافئ $1=f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)$ أي $\frac{-2\ln x_0^2+2}{x_0^2}=0$ وعليه $\ln x_0^2=1$ ومنه $x_0^2=e$ أي $x_0=\sqrt{e}$ أو $x_0=-\sqrt{e}$ وبالتالي (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويمس المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين فاصلتهما $\sqrt{e}$ و $-\sqrt{e}$. معادلة المماس (T): $y=\frac{-1}{e}x+1$.
1	$0,25$ $+$ $0,5$ $+$ $0,25$	7) إنشاء (T) و (C_f) ; (C_h) . 
$1,25$	$0,25$ $4\times 0,25$	8) أ- لدينا: $1=m(0)+1$ (محققة) ومنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(0,1)$ تنتمي إلى المستقيمات (d_m) . بـ- المناقشة البيانية: ● من اجل $m<-\frac{1}{e}$ المعادلة لا تقبل حلا. ● من اجل $-\frac{1}{e}<m<0$ المعادلة تقبل اربعة حلول.. ● من اجل $m=-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين مضاعفين . ● من اجل $m\geq 0$ المعادلة لا تقبل حلين .
$0,75$	$0,25$ $0,5$	9) أ- من أجل $x\in\mathbb{R}^*$ لدينا $-x\in\mathbb{R}^*$ و $h(-x)=1+\frac{\ln(-x)^2}{\lvert -x\rvert}=1+\frac{\ln x^2}{\lvert x\rvert}=h(x)$ إذن زوجية. بـ- لدينا: $\begin{cases} h(x)=1+\frac{\ln x^2}{x} & ;x>0 \\ h(x)=1+\frac{\ln x^2}{-x} & ;x<0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} h(x)=f(-x) & ;x>0 \\ h(x)=f(x) & ;x<0 \end{cases}$. إذن (C_h) ينطبق على (C_f) في المجال $]-\infty,0[$ وبما ان h زوجية فان (C_h) متناظر بالنسبة الى حامل محور التراتيب.