الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار | ثانويات المقاطعة الأولى
المستوى : الثالثة علوم تجريبية | مارس 2020
المدة : ثلاث ســاعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A ، B و C
ذات اللواحق $z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب.

ا) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) اكتب العدد المركب L على الشكل الجبري حيث : $L=\dfrac{(1-i)z_B}{z_C}$

ج) بين أن $L=\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$ ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $iz=-1+i\sqrt{3}+2ie^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$
عين طبيعة المجموعة (E) محددا عناصرها المميزة .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أراد الأستاذ الرئيسي لقسم 3 علوم تجريبية اختيار لجنة مسؤولة عن القسم مشكلة من ثلاث تلاميذ.

القسم يتكون من 24 تلميذا منهم 8 داخليين و 10 خارجيين و 6 نصف داخليين.

1) ما احتمال أن تشكل اللجنة من الداخليين فقط.

2) ما احتمال أن تضم اللجنة تلميذا داخليا على الأكثر.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد التلاميذ الداخليين.

ا) ماهي قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

4) في الفصل الثاني انضم تلميذ جديد إلى القسم و تم تسجيله في النظام الداخلي.
احسب $P(X=2)$ مع X هو نفس المتغير العشوائي السابق.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (u_n) كما يلي : $u_0=4e^3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=2\sqrt{u_n}$

ا) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>4$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(4-u_n)}{2\sqrt{u_n}+u_n}$, ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(u_n)-2\ln(2)$.

ا) برهن على أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم بين أن : $u_n=4e^{\frac{3}{2^n}}$ و احسب $\lim u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+....+v_n$

اكتب عبارة S_n بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n الذي يحقق : $S_n=6\left(1-e^{-2020\ln 2}\right)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-4e^{2x}+17e^x-4$.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $g(x)=-4(e^x-4)\left(e^x-\dfrac{1}{4}\right)$. ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني :نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(4x+9)e^x-4x}{9(1-e^x)}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\dfrac{-4}{9}x+\dfrac{e^x}{1-e^x}$

ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{1-e^x}$.

ج) احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها .

2) ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}^*$.

3) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(-x)+f(x)=-1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

4) ا) بين أن المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) اللذان معادلتاهما على الترتيب $y=-\dfrac{4}{9}x-1$ و $y=-\dfrac{4}{9}x$
مقاربان مائلان للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من (Δ_1) و (Δ_2) .

5) أنشئ المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) و المنحنى (C_f) .

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $\dfrac{e^x}{1-e^x}=m$.

إنتهـــى