تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (10 نقاط)

✍ صندوقين متماثلين U_1 و U_2 .

✍ يحوي الصندوق U_1 على ثلاث كريات حمراء مرقمة بالأرقام $1,1,0$ وكريتين خضراوين مرقمتان بالرقمين $2,1$.

✍ يحوي الصندوق U_2 على كريتين حمراوين مرقمتان بالرقمين $2,2$ وثلاث كريات خضراء مرقمة بالأرقام $1,0,0$.

✍ كل الكرات متماثلة لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

✍ نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق U_2 .

✍ نعتبر الأحداث التالية :

A " الحصول على نفس اللون " .

B " الحصول على اللونين " .

C " الحصول على كريتين حمراوتين على الأكثر " .

D " مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 3 " .

1 أحسب : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$.

✍ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بمجموع الأرقام المحصل عليها بعد كل سحب .

1 عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$.

2 احسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

✍ نعتبر صندوق ثالث U_3 يحوي على كرية واحدة حمراء تحمل الرقم 2 وأربع كريات خضراء تحمل الأرقام $1,1,0,0$

✍ نختار عشوائيا صندوق ونسحب منه كرية واحدة .

1 ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 ؟

2 ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 من الصندوق U_2 ؟

3 علما أن الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 فما احتمال أن تكون من الصندوق U_2 ؟

✍ يرمي لاعب حجر نرد غير مزيف ويسحب عشوائيا كرية واحدة من أحد الصناديق الثلاث بالطرق التالية :

✍ إذا كان الرقم الظاهر هو 1 أو 2 يسحب من الصندوق U_1 ; إذا كان الرقم الظاهر هو 3 أو 4 أو 5 يسحب من الصندوق U_2 وإذا كان الرقم الظاهر هو 6 يسحب من الصندوق U_3 .

1 ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء؟

2 ما احتمال أن تحمل الكرية المسحوبة الرقم 2 ؟

التمرين الثاني: (10 نقاط)

✍ نعتبر الدالة f دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{7x}{2x+1}$ و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (الشكل المرفق).

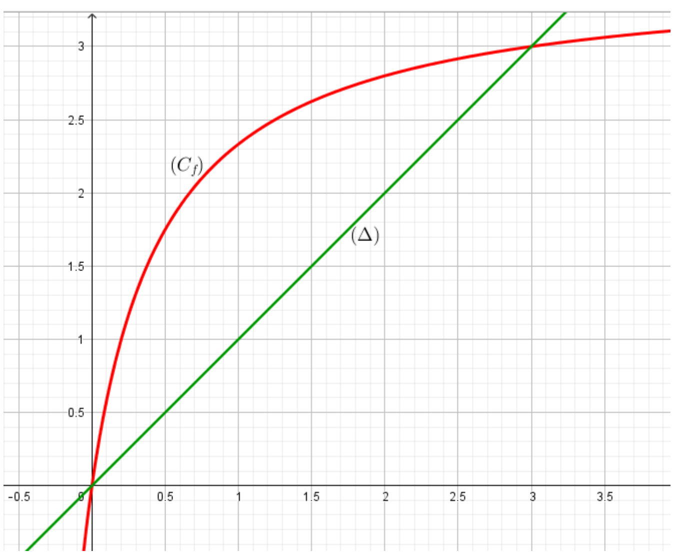
1. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$.
2. بين أنه إذا كان $x\in[0,3]$ فإن $f(x)\in[0,3]$.

✍ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. باستعمال المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والمستقيم $(\Delta): y=x$ مثل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) .
2. ما هو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\preceq u_n\preceq 3$.
4. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).
5. إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.

✍ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{u_n}{3-u_n}$.

1. برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
2. أكتب عبارة v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n .
3. احسب بدلالة n المجاميع S_n , S'_n , S''_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{1}{v_1}+........+\dfrac{1}{v_n}$.
$S'_n=v_0^2+v_1^2+........+v_n^2$. $S''_n=\dfrac{1}{v_0^2}+\dfrac{1}{v_1^2}+........+\dfrac{1}{v_n^2}$.
4. احسب بدلالة n الجداء π_n حيث : $\pi_n=v_0\times v_1\times ....\times v_n$.



إذا أردت أن تنجح بحق، ستجد طريقا ما، وإذا كنت لا تريد فستجد عذرا.

تصحيح فرض الثلاثي الثاني ثانوية المعمورة الجديدة 2020/2019

التمرين الأول:

نسحب كرية واحدة من U_1 وكريتين من U_2

A " الحصول على نفس اللون "

- **حساب** $p(A)$:

تحقق الحدث A معناه :

(سحب كرية حمراء من U_1 وكريتين حمراء من U_2) أو (سحب كرية خضراء من U_1 وكريتين خضراوان من U_2)

$$p(A)=\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)=\frac{9}{50}$$

- **B " الحصول على اللونين "**

- **حساب** $p(B)$:
- تحقق الحدث B معناه : (سحب كرية حمراء من U_1 وكريتين خضراء من U_2) أو (سحب كرية خضراء من U_1 وكريتين حمراوين من U_2)

$$p(B)=\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)=\frac{11}{50}$$

- **C " الحصول على كريتين حمراوتين على الأكثر "**

- **حساب** $p(C)$:

معناه : الحصول على 2 كريات حمراء أو كرية حمراء أو 0 كرية حمراء .

تحقق الحدث C معناه :

(كرية حمراء من U_1 وكرية حمراء من U_2 وكرية خضراء من U_2) أو (كرية خضراء من U_1 وكريتين حمراوين من U_2) أو (كرية حمراء من U_1 وكريتين خضراء من U_2) أو (كرية خضراء من U_1 وكرية خضراء من U_2 وكرية حمراء من U_2) أو (كرية خضراء من U_1 وكريتين خضراء من U_2)

$$p(C)=\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}\right)=\frac{47}{50}$$

● D " مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 3 "

تحقق الحدث D معناه :

(سحب كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2)

أو(سحب كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

أو (سحب كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2)

$$\bullet p(D)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)=\frac{16}{50}$$

2) المتغير العشوائي X يرفق بمجموع الأرقام المحصل عليها بعد كل سحب :

أ – تعريف قانون احتمال X ثم حساب أمله الرياضياتي :

X_i	0	1	2	3	4	5	6
$p(X=X_i)$	$\frac{1}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{16}{50}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{1}{50}$

$p(X=0)$:

(سحب كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكريتين تحملان الرقم 0 من U_2)

$$p(X=0)=\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{50}$$

$p(X=1)$:

(سحب كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2) أو

(كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكريتان تحملان الرقم 0 من U_2)

$$p(X=1)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)=\frac{5}{50}$$

$p(X=2)$:

(كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكريتان تحملان الرقم 0 من U_2)

$$p(X=2)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)=\frac{11}{50}$$

: $p(X=3)$

(كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2)

$$p(X=3)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_1^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)=\frac{16}{50}$$

: $p(X=4)$

(كرية تحمل الرقم 0 من U_1 وكريتان تحملان الرقم 2 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

أو (كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكرية تحمل الرقم 0 من U_2 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

$$p(X=4)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_1^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_5^2}\right)=\frac{11}{50}$$

: $p(X=5)$

(كرية تحمل الرقم 1 من U_1 وكريتين تحملان الرقم 2 من U_2) أو

(كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكرية تحمل الرقم 1 من U_2 وكرية تحمل الرقم 2 من U_2)

$$p(X=5)=\left(\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)+\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_1^1}{C_5^2}\right)=\frac{5}{50}$$

: $p(X=6)$

(كرية تحمل الرقم 2 من U_1 وكريتين تحملان الرقم 2 من U_2)

$$p(X=6)=\left(\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}\right)=\frac{1}{50}$$

أ - **حساب الأمل الرياضياتي** $E(X)$:

$$\bullet E(X)=\sum_{i=0}^{i=6}X_i\times p(X_i)$$

$$=\left(0\times\frac{1}{50}\right)+\left(1\times\frac{1}{50}\right)+\left(2\times\frac{11}{50}\right)+\left(3\times\frac{16}{50}\right)+\left(4\times\frac{11}{50}\right)+\left(5\times\frac{5}{50}\right)+\left(6\times\frac{1}{50}\right)$$

$$=\frac{1+22+48+44+25+6}{50}$$

$$\boxed{E(X)=2,92}$$

ب – حساب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X :

● التباين $V(X)$:

$$\bullet V(X)=\sum_{i=0}^{i=6}\left(X_i^2\times p(X_i)\right)-\left(E(X)\right)^2$$

$$=\left(\left(0^2\times\frac{1}{50}\right)+\left(1^2\times\frac{1}{50}\right)+\left(2^2\times\frac{11}{50}\right)+\left(3^2\times\frac{16}{50}\right)+\left(4^2\times\frac{11}{50}\right)+\left(5^2\times\frac{5}{50}\right)+\left(6^2\times\frac{1}{50}\right)\right)-(2,92)^2$$

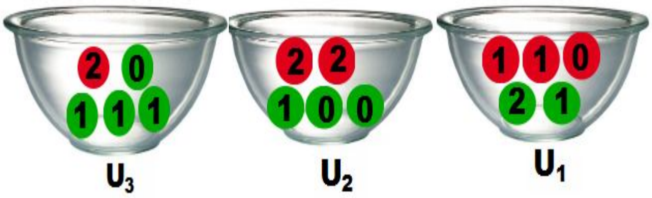
$$=\frac{1+44+144+176+125+36}{50}-8,5264$$

$$\boxed{V(X)=1,99}$$

● الانحراف المعياري $\sigma(X)$:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{1,99}=1,41$$

II) نختار عشوائيا صندوق ونسحب منه كرية واحدة .



1) حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 :

F " الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 "

$$\bullet p(F)=p(F\cap U_1)+p(F\cap U_2)+p(F\cap U_3)$$

$$=\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\right)$$

$$\boxed{p(F)=\frac{4}{15}}$$

2) حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 من الصندوق U_2 :

$$\bullet p(F\cap U_2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$$

3) حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من الصندوق U_2 علما أنها تحمل الرقم 0 :

$$\bullet p_F(U_2)=\frac{p(F\cap U_2)}{P(F)}=\frac{2}{15}\times\frac{15}{4}=\frac{1}{2}$$

III)

1) حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء :

النرد متوازن ومنه احتمال ظهور أي وجه يساوي : $\frac{1}{6}$

- ظهور الرقم 1 أو 2 نسحب من الصندوق U_1 وعليه $p(U_1)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$
- ظهور الرقم 3 أو 4 أو 5 نسحب من الصندوق U_2 وعليه $p(U_2)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$
- ظهور الرقم 6 نسحب من الصندوق U_3 وعليه $p(U_3)=\frac{1}{6}$

باستعمال دستور الاحتمالات الكلية نجد :

$$\bullet\, p(R)=p(R\cap U_1)+p(R\cap U_2)+p(R\cap U_3)$$
$$=p(U_1)\times p_{U1}(R)+p(U_2)\times p_{U2}(R)+p(U_3)\times p_{U3}(R)$$
$$=\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}\right)$$
$$\boxed{p(R)=\frac{13}{30}}$$

2) حساب احتمال أن تحمل الكرية المسحوبة الرقم 2 :

نسمي G الحدث " الكرية المسحوبة الرقم 2 "

باستعمال دستور الاحتمالات الكلية نجد :

$$\bullet\, p(G)=p(G\cap U_1)+p(G\cap U_2)+p(G\cap U_3)$$
$$=p(U_1)\times p_{U_1}(G)+p(U_2)\times p_{U_2}(G)+p(U_3)\times p_{U_3}(G)$$
$$=\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}\right)$$
$$\boxed{p(G)=\frac{3}{10}}$$

التمرين الثاني :

f معرفة على $[0,+\infty[$ ب : $f(x)=\dfrac{7x}{2x+1}$

1) أ - **دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$:**

f قابلة للاشتقاق على $[0,+\infty[$ ولدينا : $f'(x)=\dfrac{7(1)-2(0)}{(2x+1)^2}=\dfrac{7}{(2x+1)^2}$

$f'(x)\succ 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$

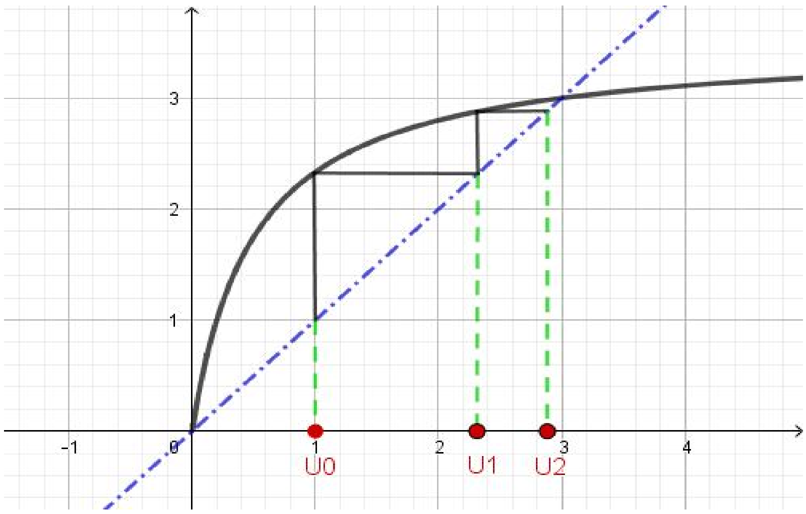
ب – **إثبات أنه من أجل $x\in[0,3]$ فإن $f(x)\in[0,3]$:**

لدينا $0\le x\le 3$ وبما أن f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ فإن : $f(0)\le f(x)\le f(3)$ ومنه $0\le f(x)\le 3$

ومنه $f(x)\in[0,3]$.

2) (u_n) معرفة ب : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ – **باستخدام المنحني (C_f) و المستقيم $(\Delta): y=x$ تمثيل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) دون حسابها.**



ب – **وضع تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها :**

نلاحظ أن $u_0\le u_1\le u_2$ وعليه يظهر أن المتتالية (u_n) متزايدة وتتقارب شيئا فشيئا نحو فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

3) أ- **برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 3$:**

نضع : $0\le u_n\le 3.........p(n)$

- **نبرهن أن $p(n)$ صحيحة من أجل $n=0$:**

لدينا : $0\le u_0=1\le 3$ ومنه $p(0)$ صحيحة ....**(1)**

- **نفرض أن** $p(n)$ **صحيحة ونبرهن أن** $p(n+1)$ **:**

أي نفرض أن $0 \le u_n \le 3$ ونبرهن أن $0 \le u_{n+1} \le 3$

لدينا فرضا $0 \le u_n \le 3$ وبما أن f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ فإن $f(0) \le f(u_n) \le f(3)$ أي

$0 \le f(u_n) \le 3$

ومنه $0 \le u_{n+1} \le 3$ ومنه $p(n+1)$ صحيحة ....**(2)**

من **(1)** و **(2)** نستنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $p(n)$ صحيحة .

ب – دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) **:**

ندرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ وهو من إشارة $f(x) - x$

$$f(x) - x = \frac{7x}{2x+1} - x = \frac{-2x^2+6x}{2x+1} = \frac{2x(-x+3)}{2x+1}$$

$2x \ge 0$ و $2x+1 \succ 0$ ومنه إشارة $f(x)-x$ من إشارة $-x+3$

من أجل كل $x \in [0,3]$ فإن $-x+3 \ge 0$ ومنه $f(x)-x \ge 0$

ومنه من أجل $u_n \in [0,3]$ فإن $u_{n+1} - u_n \ge 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة .

ج – استنتاج أن المتتالية (u_n) **متقاربة ثم حساب نهايتها :**

لدينا مما سبق (u_n) متزايدة ومحدودة من أعلى ($u_n \le 3$) فهي متقاربة .

- **حساب** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ **:**

بما أن (u_n) متقاربة فإنه يوجد $l \in \mathbb{R}$ بحيث : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$ وكذلك $\lim\limits_{n \to +\infty} u_{n+1} = l$

ومنه $\frac{7l}{2l+1} = l$ تكافيء $2l^2 + l = 7l$ تكافيء $2l^2 - 6l = 0$ تكافيء $2l(l-3) = 0$

ومنه $l = 3$ أو $l = 0$ (مرفوض)

ومنه $\boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3}$

4) (v_n) **معرفة من أجل كل عدد طبيعي** n **ب :** $v_n = \frac{u_n}{3 - u_n}$

أ – إثبات أن المتتالية (v_n) **هندسية ؛ تعيين أساسها وحدها الأول :**

$$\bullet \frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}}{3-u_{n+1}}\times\frac{3-u_n}{u_n}=\frac{\frac{7u_n}{2u_n+1}}{3-\frac{7u_n}{2u_n+1}}\times\frac{3-u_n}{u_n}$$

$$=\frac{\frac{7u_n}{2u_n+1}}{\frac{6u_n+3-7u_n}{2u_n+1}}\times\frac{3-u_n}{u_n}=\frac{7u_n}{\cancel{2u_n+1}}\times\frac{\cancel{2u_n+1}}{\cancel{3-u_n}}\times\frac{\cancel{3-u_n}}{u_n}$$

$$\boxed{\frac{v_{n+1}}{v_n}=7}$$

ومنه (v_n) هندسية أساسها $q=7$ وحدها الأول v_0 حيث $v_0=\frac{u_0}{3-u_0}=\frac{1}{2}$

ب – كتابة عبارة v_n بدلالة n ؛ ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n :

(v_n) هندسية ومنه $v_n=v_0\times q^n$ وعليه : $\boxed{v_n=\frac{7^n}{2}}$

•استنتاج عبارة u_n بدلالة n :

لدينا $v_n=\frac{u_n}{3-u_n}$ ومنه $-u_nv_n+3v_n=u_n$ تكافيء $u_n+u_nv_n=3v_n$ ومنه $\boxed{u_n=\frac{3v_n}{1+v_n}}$

5) أ - حساب بدلالة n المجاميع : S_n ؛ S'_n ؛ S''_n حيث : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+...+\frac{1}{v_n}$ ؛

$S'_n=v_0^{\,2}+v_1^{\,2}+....+v_n^{\,2}$ ؛ $S''_n=\frac{1}{v_0^{\,2}}+\frac{1}{v_1^{\,2}}+...+\frac{1}{v_n^{\,2}}$

• حساب المجموع S_n :

$S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+...+\frac{1}{v_n}$ تكافيء $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_0\times q}+...+\frac{1}{v_0\times q^n}$

تكافيء

$$S_n=\frac{1}{v_0}+\left(\frac{1}{v_0}\times\frac{1}{q}\right)+\left(\frac{1}{v_0}\times\left(\frac{1}{q}\right)^2\right)+...+\left(\frac{1}{v_0}\times\left(\frac{1}{q}\right)^n\right)$$

نضع $\frac{1}{v_0}=w_0$ و $\frac{1}{q}=q'$ نجد $S_n=w_0+w_0\times q'+w_0\times q'^2+...+w_0\times(q')^n$

أي $S_n=w_0+w_1+w_2+...+w_n$

ومنه S_n هو مجموع $(n+1)$ حدا متعاقبا لمتتالية هندسية حدها الأول $\frac{1}{v_0}=w_0$ وأساسها $\frac{1}{q}=q'$

$$S_n = w_0 \times \frac{1-(q')^{n+1}}{1-q'}$$

$\boxed{S_n = \frac{7}{3}\left(7^{n+1}-1\right)}$: ومنه $S_n = \frac{1}{v_0} \times \frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{q}}$ تكافيء $S_n = w_0 \times \frac{1-(q')^{n+1}}{1-q'}$

حساب المجموع S_n' :

$S_n' = v_0^2 + (v_0 \times q)^2 + (v_0 \times q^2)^2 \ldots + (v_0 \times q^n)^2$ تكافيء $S_n' = v_0^2 + v_1^2 + \ldots + v_n^2$

تكافيء $S_n' = v_0^2 + \left(v_0^2 \times q^2\right) + \left(v_0^2 \times (q^2)^2\right) \ldots + \left(v_0^2 \times (q^n)^2\right)$

بوضع : $w_0' = v_0^2$ و $q'' = q^2$ نجد

$$S_n' = w_0' + \left(w_0' \times q''\right) + \left(w_0' \times q''^2\right) \ldots + \left(w_0' \times (q'')^n\right)$$

ومنه $S_n' = w_0' + w_1' + w_2' + \ldots + w_n^n$

ومنه S_n' هو مجموع $(n+1)$ حدا متعاقبا لمتتالية هندسية حدها الأول $w_0' = v_0^2$ وأساسها $q'' = q^2$

ومنه $S_n' = w_0' \times \frac{1-(q'')^{n+1}}{1-q''}$ تكافيء $S_n' = v_0^2 \times \frac{1-(q^2)^{n+1}}{1-q^2}$ ومنه $S_n' = \frac{49}{192}\left(1-(49)^{n+1}\right)$

نجد : $\boxed{S_n' = \frac{1}{192}\left(49-(49)^{n+2}\right)}$

ب – حساب بدلالة n الجداء π_n حيث :

$\pi_n = v_0 \times (v_0 \times q) \times (v_0 \times q^2) \times \ldots \times (v_0 \times q^n)$ تكافيء $\pi_n = v_0 \times v_1 \times \ldots + v_n$

$\pi_n = v_0^{n+1} \times q^{1+2+3+\ldots+n}$ تكافيء $\pi_n = \underbrace{(v_0 \times v_0 \times \ldots \times v_0)}_{(n+1) \text{ مـــرة}} \times (q \times q^2 \times \ldots \times q^n)$ تكافيء

$\boxed{\pi_n = \frac{7^{\frac{n+n^2}{2}}}{2^{n+1}}}$: ومنه نجد $\pi_n = v_0^{n+1} \times q^{n \times \left(\frac{1+n}{2}\right)}$ تكافيء

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا جوان 2020