الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية هواري بومدين حاسي خليفة **السنة الدراسية :2020/2019**

الشعبة:3 تقني رياضي

واجـــــــــب مــــــــنزلي

التمرين الأول:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب : $u_0 = 2$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، وإستنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = u_n - n$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$. ثم أحسب حدها الأول .

ب- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2(\frac{2}{3})^n + n$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n بحيث : $S_n = u_0 + u_2 + ... + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$ ، وإستنتج $\lim_{n\to+\infty} T_n$

التمرين الثاني:

I- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = x$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;\sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1;\sqrt{3}]$.

II- (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب : $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) أ-بين من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < \sqrt{3}$

ب- أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{(u_n)^2}{3-(u_n)^2}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية ،يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n عبارة v_n بدلالة n ، وإستنتج عبارة u_n بدلالة n . وأحسب من جديد $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3)أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + ... + \frac{1}{v_n}$ و $S'_n = \frac{1}{(u_0)^2} + \frac{1}{(u_1)^2} + \dots + \frac{1}{(u_n)^2}$

التمرين الثالث:

f الدالة العددية على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (1-2x)e^{2x}$. نسمي $f^{(n)}$ المشتق من الرتبة n للدالة f .

1)أحسب : $f'(x)$ ، $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ ، $f^{(4)}(x)$.

2)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x) = 2^n(1-n-2x)e^{2x}$

3)نسمي (C_n) المنحنى الممثل للدالة $f^{(n)}$ في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$. $M_n(x_n;y_n)$

النقطة من المنحنى (C_n) والتي يقبل عندها (C_n) مماسا يوازي حامل محور الفواصل .

أ- أحسب x_n و y_n بدلالة n ، ثم بين أنM_n تنتمي إلى منحنى يطلب تعيين معادلته.

ب-بين أن (x_n) متتالية حسابية وأن (y_n) متتالية هندسية ، عين الأساس لكل منهما وأحسب نهاية (y_n) .

<u>إنتـــهـــى</u> **<u>بالتــوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا</u>**