

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: جوان 2012

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.
1. n و n' عدنان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.
 2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$)
 3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.
 4. g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$
(C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
أ) (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$.
ب) المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a, b, c ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها r حيث: $a + b + c = 9$
1. أ) احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r .
ب) علماً أنّ: $a \times c = -16$
- عيّن الأساس r ثم استنتج a و c .
 2. (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -2$ و أساسها 5.
أ) عبّر عن الحدّ العام u_n بدلالة n .
ب) احسب u_{15} ثم استنتج المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$
 3. (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $8v_n - u_n = 0$
- احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$
- (C) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
 2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها . (f' الدالة المشتقة للدالة f).
 3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
 4. أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$
ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .
5. احسب $f(-1)$ ثم أنشئ المماس (Δ) و المنحنى (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان بحيث : $a+b \equiv 7[11]$ و $a-b \equiv 5[11]$

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11 .

ب) بيّن أنّ : $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ : $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$

2. أ) أثبت أنّ : $a^5 \equiv -1[11]$

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$

3. أ) تحقّق أنّ : $2012 = 10 \times 201 + 2$

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.

1. أ) احسب بدلالة r الجدائين : $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$

ب) عيّن الأساس r بحيث : $T_2 - T_1 = 27$

2. نضع $r = 3$.

أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بيّن أنّ : $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 145$

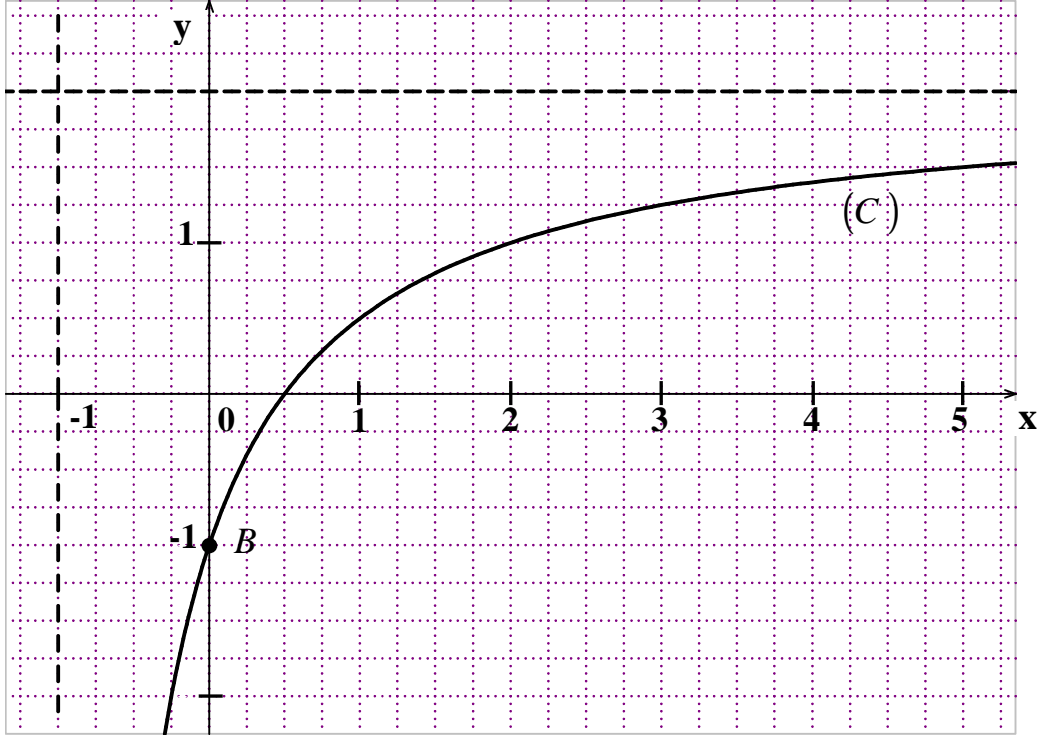
3. أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .

ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ طبيعياً .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.
يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة f في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
كما هو موضَّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أن: $a = 3$.
2. أ) احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.
ب) احسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $]-1; +\infty[$. (الدالة المشتقة للدالة f)
3. أ) حل في المجال $]-1; +\infty[$ المعادلة : $f'(x) = \frac{3}{4}$
ب) (D) مستقيم معادلته : $y = \frac{3}{4}x - 1$
- اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .
4. احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم حلّ بيانياً المتراجحة $f(x) \geq 0$.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
		الموضوع الأول
		التمرين الأول : (06 نقاط)
	05	1. خاطئة
	075	2. $n = 3(n' + 1) + 2$ ، الباقي هو 2.
	05	2. صحيحة
	075 $2^{2012} = 2^{3 \times 670 + 2}$ و $2^3 \equiv 1[7]$ عندئذ $2^{2012} \equiv 2^2[7]$ أي $2^{2012} \equiv 4[7]$
	05	3. صحيحة
	075 $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$ ومنه $2n^2 - 9 \equiv 10[11]$
	05	4. (أ) صحيحة
06	05 $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$
	05	(ب) خاطئة
	075 $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$
		التمرين الثاني : (06 نقاط)
	2x025+05	1. (أ) $b = 3$ و $a = 3 - r$ و $c = 3 + r$
	2x025+05	(ب) $r^2 = 25$ ، الحلول : $r = 5$ و $r = -5$
	2x025 $r = -5$ مرفوض ومنه $r = 5$ مقبول
	2x025 $a = -2$ و $c = 8$
06	05+025	2. (أ) $u_n = u_0 + nr$ و $u_n = -2 + 5n$
	05	(ب) $u_{15} = 73$
	05+025 $S = \frac{16}{2}(u_0 + u_{15})$ ومنه $S = 568$
	05+05	3. $S' = \frac{1}{8}S$ ومنه $S' = 71$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

2×0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.1

1 $f'(x) = -3x^2 + 6x$.2

0.5 الإشارة :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0

1 جدول التغيرات .3

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$		0	$-\infty$

-4

8 0.25 $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ (أ.4)

0.75 $(\Delta): y = 3x - 5$

0.5 $f(x) - (3x - 5) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ (ب)

0.5 $-(x-1)^3 = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

0.75 (ج) الوضعية :

(C) فوق المستقيم (Δ) إذا كان $x < 1$

(C) تحت المستقيم (Δ) إذا كان $x > 1$

(Δ) يقطع المستقيم (C) إذا كان $x = 1$

0.25 $f(-1) = 0$.5

1+0.5 رسم (Δ) و (C)

الموضوع الثانيالتمرين الأول : (06 نقاط)

1. أ) بالضرب $a^2 - b^2 \equiv 35[11]$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 2[11]$ 2×0.5
 ب) بالطرح $2b \equiv 2[11]$ ومنه $b \equiv 1[11]$ 2×0.5
 بالجمع $2a \equiv 12[11]$ ومنه $2a \equiv 1[11]$ ومنه $a \equiv 6[11]$ 3×0.5
 2. أ) $a^5 \equiv 10[11]$ أي $a^5 \equiv -1[11]$ 0.5
 ب) $a^{10k} \equiv 1[11]$ 1
 3. أ) التحقق : $2012 = 10 \times 201 + 2$ 0.25
 ب) $a^{2012} \equiv a^2[11]$ و $a^{2012} \equiv 3[11]$ ومنه $a^2 \equiv 3[11]$ 0.75

التمرين الثاني : (06 نقاط)

- I. 1. $u_1 = 7 - 2r$ و $u_5 = 7 + 2r$ ومنه $T_1 = 49 - 4r^2$ 0.75
 2. $u_2 = 7 - r$ و $u_4 = 7 + r$ ومنه $T_2 = 49 - r^2$ 0.75
 2. $T_2 - T_1 = 3r^2$ و $r = 3$ أو $r = -3$ مرفوض 3×0.25
 II. 1. أ) $u_n = u_3 + (n-3)r$ و $u_n = 3n - 2$ $0.5 + 0.25$
 ب) $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ و $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$ $0.5 + 0.25$
 ج) $\sqrt{\Delta} = 59$ و $n_1 = 10$ أو $n_2 = -\frac{29}{3}$ (مرفوض) 3×0.25
 2. أ) $u_{n+5} = 3n + 13$ 0.5
 ب) التحقق : $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$ 0.5
 ج) $n = 1$ أو $n = 13$ 0.5

التمرين الثالث: (08 نقاط)

075+025 $a=3$ أي $2-a=-1$ ومنه $f(0)=-1$ (1)

2×0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=2$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)=-\infty$ (أ) (2)

2×0.5 التفسير الهندسي: $x=-1$ و $y=2$ مستقيمان مقاربان

1 $f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}$ (ب)

1 جدول التغيرات

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	2

0.5 $f'(x)=\frac{3}{4}$ تكافئ $x^2+2x-3=0$ (3) (أ)

0.5 $\Delta=16$ ، الحلول: $x_1=1$ أو $x_2=-3$ (مرفوض)

0.25 $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ (ب)

0.75 $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$

2×0.5 $S=\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$ (4)