

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$. اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

الإجابة ج)	الإجابة ب)	الإجابة أ)		
0 و $\ln 3$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 2$	حلّي المعادلة $f(x) = 0$ هما	1
-3	$+\infty$	$-\infty$	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	2
ليست رتيبة	متناقصة تماما	متزايدة تماما	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right]$ الدالة f	3
-1	2	1	m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; 2]$ ، مدور m إلى الوحدة هو:	4

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول $V_0 = 18$ والعلاقة: $V_0 + V_1 + V_2 = 38$.

1/ بيّن أنّ أساس المتتالية (V_n) هو $q = \frac{2}{3}$.

2/ أ) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (V_n) .

ج) احسب نهاية (V_n) .

3/ نضع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب) جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n = \frac{3510}{81}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في إحدى الثانويات.

التلميذ	ذكور	إناث
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي H الحادثة: " التلميذ المختار ذكرا "، F الحادثة: "التلميذ المختار أنثى " ، S الحادثة: "التلميذ يملك هاتف نقالا " ، \bar{S} الحادثة: "التلميذ لا يملك هاتف نقالا " .

(1) شكّل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة.

(2) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) التلميذ المختار أنثى وتملك هاتف نقالا.

ب) التلميذ المختار لا يملك هاتف نقالا.

(3) نفرض أنّ التلميذ المختار لا يملك هاتف نقالا. ما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

التمرين الرابع: (07,5 نقطة)

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(1) عيّن a و b بحيث: $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$.

(2) نضع: $g(x) = x + 1 + \ln x$.

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ج- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2 < \alpha < 0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (يُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$).

(3) تحقق أنّ: $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثمّ ارسم (C_f) على المجال $]0; 5]$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يبيّن كمية الإنتاج السنوي بآلاف الأطنان من البطاطا لتعاونية فلاحية ما بين سنتي 2010 و 2015 .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية المنتوج بآلاف الأطنان y_i	25	30	33	42	48	55

(1) مثل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل سنة واحدة و على محور الترتيب كل $1cm$ يمثل 10 آلاف طن.

(2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علمها.

(3) أ- اكتب معادلة من الشكل $y = ax + b$ لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا. (تدور a و b إلى 10^{-2}).
ب- أنشئ المستقيم (Δ) .

(4) باستعمال هذا التعديل:

أ- احسب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020 .

ب- في أي سنة يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{4}{7}U_n + \frac{3}{7}$.

(1) احسب الحدّين U_1 و U_2 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n: U_n > 1$.

ب- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (U_n) ؟

(3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = U_n - 1$.

أ- بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية مُعيّنا أساسها و حدّها الأوّل.

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $U_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

ج- احسب نهاية (U_n) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث جهات A ، B و C .

20% من الزبائن اختاروا الوجهة A ، 50% اختاروا الوجهة B والباقي اختار الوجهة C .

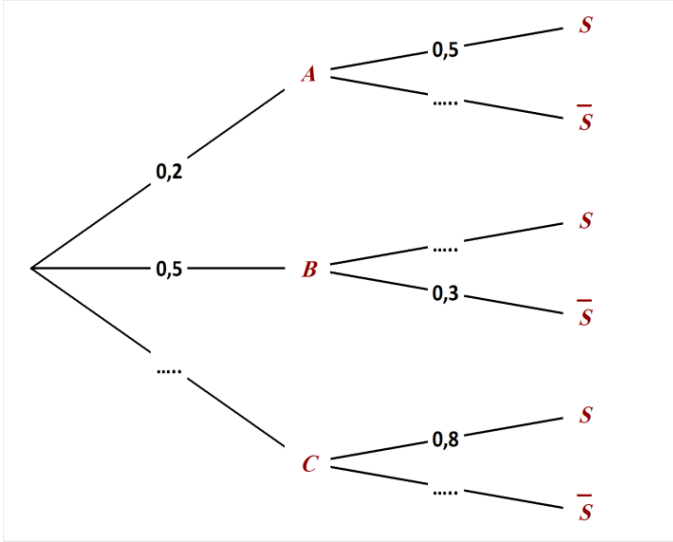
عند العودة من السفر أجرت الوكالة استجوابا لزبائنها حول مدى إعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:

50% من أصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.

30% من أصحاب الوجهة B كانوا غير معجبين بها.

80% من أصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.

نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:



S : الزبون معجب بالوجهة المختارة

و \bar{S} : الزبون غير معجب بالوجهة المختارة.

(1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة.

(2) أ- احسب احتمالات الحوادث الآتية:

$A \cap S$ ، $B \cap S$ و $C \cap S$

ب- استنتج احتمال أن يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة.

(3) نستجوب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة،

ما احتمال أن يكون من أصحاب الوجهة B ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$. (تُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$).

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = (2x - 4) \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب- أنشئ (T) و (C_f) . (تُعطى: $f(\alpha) \approx -0,41$).

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

أ- بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 2$ و $x = 1$ ، $y = 0$

انتهى الموضوع الثاني