الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　　　　　　　الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي　　　　　　　　　　دورة: 2016

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات　　　　　　　　　　المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول:(04 نقاط)

1- نضع من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=z^3-24\sqrt{3}$.

أ) تحقّق أنّ $P\left(2\sqrt{3}\right)=0$.

ب) جد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=\left(z-2\sqrt{3}\right)\left(z^2+az+b\right)$.

جـ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب: $z_A=-\sqrt{3}+3i$ ، $z_B=-\sqrt{3}-3i$ و $z_C=2\sqrt{3}$.

أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$.

ب) بيّن أنّه يوجد دوران r مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته .

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC .

د) عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ، ثمّ حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$.

3- عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة غير المعدومة z بحيث: $\arg\left(\dfrac{z}{\overline{z}}\right)=2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

(العدد $\overline{z}$ هو مرافق العدد z).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;0;2)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;1;-1)$ وليكن (Δ') المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=\lambda \\ y=4+\lambda;(\lambda\in\mathbb{R}) \\ z=2+\lambda \end{cases}$.

1 – أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي .

2 – أ) بيّن أنّ النقطة $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ').

ب) تحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من المستقيمين (Δ) و (Δ').

جـ) استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ').

3- لتكن N نقطة إحداثياتها $(-2+t;2+t;t)$ حيث $(t\in\mathbb{R})$ ولتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t)=AN^2$.

أ) بيّن أنّ النقطة N تنتمي إلى المستقيم (Δ') ، ثم اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن. ثمّ قارن بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $\mathrm{I}=[0;4]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{13x}{9x+13}$.

1- أ) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I .

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

2- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$، من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 4$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة .

3- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\neq 0$.

4- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=2+\dfrac{13}{u_n}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0.

ب) اكتب v_n بدلالة n.

ج) استنتج أنّ : $u_n=\dfrac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$.

(حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

1- ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث : $-0{,}34<\alpha<-0{,}33$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II- لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{e}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)=-\infty$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

د) ارسم المنحنى (C_f) .(نقبل أنّ: $f(\alpha)\simeq 3.16$)

2-أ) بيّن أنّ الدالة: $x\mapsto\dfrac{-1}{x+1}\left[1+\ln(x+1)\right]$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما على التوالي: $x=0$ و $x=1$.

3- نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1;1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدالة k زوجية.

ب) بيّن كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيّرات الدالة k).

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $k(x)=m$.

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ونعتبر النقط $A(2;1;-3)$ ، $B(0;-1;2)$ و $C(-3;-1;-1)$

1- أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) بيّن أن المعادلة: $2x-7y-2z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC) .

3- أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

ب) بيّن أن المستقيم (D) عمود في المثلث ABC.

4- ليكن (Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.

أ) بيّن أنّ الجملة : $k\in\mathbb{R}$; $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k \\ y=k \\ z=-2-4k \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).

ب) بيّن أنّ المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة G يطلب تعيين إحداثياتها.

جـ) بيّن أنّ المثلث ABC متساوي الساقين .

د) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟

5- عيّن طبيعة وعناصر المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3$.

التمرين الثاني: (4.50 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\overline{z}^3+3\overline{z}^2-3\overline{z}+5=0....(E)$.

يشير الرمز $\overline{z}$ إلى مرافق العدد المركب z.

1- أ) أثبت أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $(2\overline{z}+5)(\overline{z}^2-\overline{z}+1)=0$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_c=-1$ ، $z_D=-\frac{5}{2}$

أ) اكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب) أنشئ النقط A ، B ، C و D.

جـ) أثبت أن : $z_B-z_C=z_B(z_A-z_C)$.

د) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3- ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ و نسبته 2 ولتكن F صورة A بالتحويل S.

أنشئ النقطة F ثمّ حدّد طبيعة المثلث AFC.

4- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z+1=kz_B$. لما يتغير k في المجموعة $\mathbb{R}_+$.

التمرين الثالث: (4,50 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 2}{u_n + 3}$ ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

2- أ) عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .

ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3- أ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

ب) تحقق أن: $\dfrac{1}{3}(1 - v_n) = \dfrac{1}{u_n + 2}$ وذلك من أجل كلّ عدد طبيعي n.

جـ) استنتج بدلالة n المجموع: $S_n{}' = \dfrac{1}{u_0 + 2} + \dfrac{1}{u_1 + 2} + ... + \dfrac{1}{u_n + 2}$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I- لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$.

جـ) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38 < \alpha < -1,37$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^2 e^x}{e^x - x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \dfrac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).

جـ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2-أ) بيّن أنّ $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \dfrac{2}{\alpha - 1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - x^2\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

جـ) أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \simeq 0.29$)

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول(4 نقط)		
1-أ) التحقق أنّ $2\sqrt{3}$ هو جذر لكثير الحدود $P(z)$: $P\left(2\sqrt{3}\right)=0$	0,25	01.50
ب) إيجاد a و b : $a=2\sqrt{3};b=12$ $\quad P(z)=\left(z-2\sqrt{3}\right)\left(z^2+2\sqrt{3}z+12\right)$	0,50	
جـ) حلول المعادلة $P(z)=0$ في $\mathbb{C}$ هي : $S=\left\{2\sqrt{3};-\sqrt{3}+3i;-\sqrt{3}-3i\right\}$	0,75	
2- أ) كتابة على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$: $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	0,50	02.00
ب) لدينا $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $(z_C-z_B)=e^{i\frac{\pi}{3}}(z_A-z_B)$ ومنه C هي صورة B بالدوران r الذي مركزه A زاويته $\dfrac{\pi}{3}$.	0,50	
ج) المثلث ABC متقايس الأضلاع لأنّ $AC=AB$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\pi}{3}$.	0,25	
د) تعيين z_D : لدينا $t_{\overrightarrow{AB}}(C)=D$ يعني $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ أي أنّ: $z_D=2\sqrt{3}-6i$ -الرباعي $ABDC$ معيّن	0,75	
3) المجموعة (Γ) هي حامل محور الفواصل باستثناء المبدأ O .	0,50	00.50
التمرين الثاني: (04نقاط)		
1- أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو : $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases};(t\in\mathbb{R})$	0,50	01.00
ب) لدينا $\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\neq k\vec{u}$ و $\begin{cases} \lambda=1+2t \\ 4+\lambda=t \\ 2-\lambda=2-t \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 5=-2 \\ \lambda=-2 \\ t=2 \end{cases}$ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي .	0,50	
2 ــ أ) بيان أن $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي لــ A على المستقيم (Δ')	0,50	01.50
ب) التحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من (Δ) و (Δ') يكفي أن نبين أنّ المستقيم $\overrightarrow{AB}\,\vec{u}=0$ و $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{u_{(\Delta)}}=0$.	0,50	
جـ) استنتاج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') $\mathrm{d}\left((\Delta);(\Delta')\right)=\sqrt{14}$	0,50	
3) أ) التحقق أنّ $N\in(\Delta')$ كتابة عبارة $h(t)$ بدلالة t : $h(t)=3t^2-6t+17$	0,25 0,50	01.50
ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن $h'(t)=6t-6$ من اتجاه تغير $h'(t)=0$ معناه $6t-6=0$ معناه $t=1$ المقارنة بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB .لدينا : $\mathrm{AB}=\sqrt{\mathrm{h}(1)}=\sqrt{14}$	0,50 + 0,25	

.

01.00	0,5	**التمرين الثالث :(5نقاط)** 1- أ) نبيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I . من أجل كل x من I ، $f'(x)=\dfrac{169}{(9x+13)^2}>0$ وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على المجال I .
	0,5	ب) نبيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، فإنّ $f(x)$ ينتمي إلى I الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;4]$ ومنه من أجل $x\in[0;4]$ فإنّ : $f(x)\in[f(0);f(4)]$.أي $f(x)\in\left[0;\dfrac{52}{49}\right]$ و $\left[0;\dfrac{52}{49}\right]\subset[0;4]$ إذن من أجل $x\in[0;4]$ فإنّ : $f(x)\in[0;4]$.
02.00	1 + 1	2) ا) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 4$. ب) دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) : المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$ - المتتالية متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى .
00.25	0,25	3) بيان انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\neq 0$
1.75	0,50 + 0,25	4) أ) البرهان أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 . (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=9$ وحدّها الأول $v_0=\dfrac{21}{4}$.
	0,25	ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n=v_0+nr$ ومنه $v_n=\dfrac{21}{4}+9n$
	0,75	ج) البرهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي $u_n=\dfrac{52}{36n+13}$ ، و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$

01.25	0,25 × 5	**التمرين الرابع:(07نقاط)** I) 1) دراسة تغيّرات الدالة g ، ثمّ تشكيل جدول تغيّراتها . $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ ، ولدينا: $g'(x)=e+\dfrac{2}{x+1}$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ ، جدول التغيرات
00.50	0,50	2) نبين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0,34<\alpha<-0,33$ (مبرهنة القيم المتوسطة)
00.50	0,50	3) استنتاج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$. $g(x)\le 0$ من أجل $x\in]-1;\alpha]$ و $g(x)\ge 0$ من $x\in[\alpha;+\infty[$

II 1) أ) إثبات $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ وحساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، وتفسير النتيجتين هندسيا. لدينا: $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ ومنه $x=-1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) لدينا : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ومنه محور الفواصل مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$	0,25 × 4	02.50
ب) نبيّن أنه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$.	0,50	
ج) دراسة اتجاه تغيّر الدالة f على $]-1;+\infty[$ ،.الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $]-1;\alpha]$. ثمّ تشكيل جدول تغيّراتها	0,50	
د) تمثيل المنحنى (C_f) .	0,50	
2-أ) نبيّن أنّ الدالة: $x \mapsto -\dfrac{1}{x+1}\left(1+\ln(x+1)\right)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$.	0,50	01.00
ب) حساب المساحة : $\mathrm{S} = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(\dfrac{e}{x+1} + \dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \right) dx$ ومنه : $\mathrm{S} = \left[e\ln(x+1) - \dfrac{1}{x+1}\left(1+\ln(x+1)\right) \right]_0^1 = \dfrac{1+(2e-1)\ln 2}{2} \mathrm{u.a}$	0,50	
3) أ) المجال $]-1;1[$ متناظر بالنسبة الى العدد 0 و $k(-x) = k(x)$ وبالتالي k دالة زوجية ب) رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) : لدينا $k(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-1;0] \\ f(-x), x \in [0;1[\end{cases}$ إذن من أجل $x \in]-1;0]$ ، (C_k)ينطبق من (C_f) ، ثم نتم الرسم باستعمال التناظر بالنسبة لمحور التراتيب	0,75	01.25
ج) المناقشة البيانية	0.5	

الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الأول:(05 نقاط) 1- أ) A ، B ، C تعين مستويا	0.75	01.25
ب) تبيين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x-7y-2z-3=0$	0.50	
2- المعادلة الديكارتية للمستوي: $(p): x+z+1=0$	0.50	00.50
3- أ) تبيان التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) هو $\begin{cases} x=-t-1 \\ y=-\frac{4}{7}t-\frac{5}{7} / t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$:	0.50	00.75
ب) إثبات (D) عمود في المثلث ABC	0.25	
4- أ) إثبات أن الجملة المعطاة تمثيل وسيطي لـ (Δ)	0.50	02.00
ب) $(D)\cap(\Delta)=\left\{G(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3})\right\}$	0.75	
ج) ABC مثلث متساوي الساقين	0.25	
د) G مركز ثقل المثلث ABC	0.50	
5- طبيعة وعناصر المجموعة: سطح كرة مركزها G و $r=1$	0.50	00.50

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الثاني:(4.50 نقاط)		
1- أ) تكافؤ المعادلتين	0.25	01.25
ب)حل المعادلة (E) $S=\left\{-\frac{5}{2};\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i;\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$	01	
2- أ) $z_A=e^{-\frac{\pi}{3}i}$ و $z_B=e^{\frac{\pi}{3}i}$	0.50	02.00
ب) انشاء النقط $D;C;B;A$	0.50	
ج) اثبات المساواة	0.50	
د) المثلث ABC متقايس الاضلاع	0.50	
3- انشاء النقطة F وطبيعة المثلث AFC (قائم في A) لأن $AB=0.5CF$	0.25 0.50	00.75
4- طبيعة المجموعة ((Γ) نصف مستقيم)	0.50	00.50

التمرين الثالث :(4.50 نقطة) -1 (V_n) م.هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$ و $v_0=-\frac{1}{2}$	1.00	01.00
-2 أ) عبارة v_n بدلالة n : $v_n=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$	0.25	01.25
ب) استنتاج عبارة الحد العام $u_n=\dfrac{1-(\frac{1}{2})^{2n}}{1+(\frac{1}{2})^{2n+1}}$	0.75	
ج) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	0.25	
-3 أ)حساب المجموع $S_n=-\frac{2}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	0.75	02.25
ب) التحقق ان $\frac{1}{u_n+2}=\frac{1}{3}(1-v_n)$	0.75	
ج) حساب المجموع $S'_n=\frac{1}{9}\left[3n+5-2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	0.75	

التمرين الرابع(06نقط) I) 1- أ)حساب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=2e^x-2x-1$ – دراسة اتجاه تغير الدالة g' . من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g''(x)=2e^x-2$ – ومنه الدالة g' متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0.25×3	02.00
ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$ الدالة g' تقبل قيمة حدية صغري على $\mathbb{R}$ وهي $g'(0)=1$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$	0.25	
ج) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$. الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ جدول التغيرات	0.5 + 0.5	
2–نبيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38<\alpha<-1,37$. (بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة)	0.5	00.50
3ــ استنتاج إشارة $g(x)$ ، من أجل كل عدد حقيقي x . $g(x)\le 0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha]$. $g(x)\ge 0$ من أجل $x\in[\alpha;+\infty[$.	0.25	00.25
II) 1- أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.	0.5	01.50
ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^x g(x)}{(e^x-x)^2}$.	0.5	

	0.25×2	ج) دراسة اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[\alpha;0]$.جدول التغيرات :
01.75	0.5+0.25	2- أ) تبيان أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
	0.25 + 0.25	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x^2\right)=0$ تفسير النتيجة : المنحنى (C_f) والمنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ متقاربان عند $+\infty$.
	0.5	ج) رسم المنحنى (C_f)