الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

دورة: **2019**

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **04** سا و **30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n = u_n - 3n + 1$$

1) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

4) **أ)** ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$ ؟

جـ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة مبرّرا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كريّات بيضاء تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 وكريّتين سوداوين تحملان الرقمين 1 , 2 .

(الكريّات لا نفرّق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كريّات عشوائيا وفي آن واحد .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة.

1) قيم المتغير العشوائي X هي: أ) $\{1;2;3\}$ ، **ب)** $\{0;2;3\}$ ، **جـ)** $\{0;1;2\}$

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو: أ) $E(X) = \frac{4}{5}$ ، **ب)** $E(X) = \frac{6}{5}$ ، **جـ)** $E(X) = \frac{11}{10}$.

3) احتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، **ب)** $\frac{9}{10}$ ، **جـ)** $\frac{3}{5}$

4) احتمال" باقي قسمة مجموع مربّعات الأرقام التي تحملها الكريّات المسحوبة على 13 هو 1 "

يساوي: أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، جـ) $\frac{1}{5}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و C النّقط التي لاحقاتها على الترّتيب: $z_A=1+i$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=\frac{3}{2}+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(Γ) الدّائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها 1 .

1) أ) تحقّق أنّ النّقطة C من الدّائرة (Γ).

ب) عيّن قيسا بالراديان للزّاوية $\left(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}\right)$ ثم استنتج أنّ C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2) S التّشابه المباشر الذي يحوّل النّقطة M ذات اللاحقة z إلى النّقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+\sqrt{3}-i\sqrt{3}$$

أ) حدّد العناصر المميزة للتّشابه S .

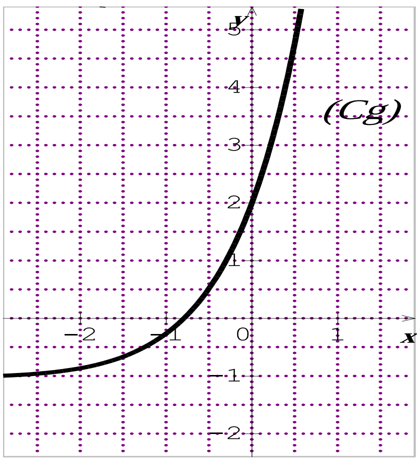
ب) عيّن z_D لاحقة D صورة B بالتشابه S.

3) ماهي نسبة التّحاكي h الذي مركزه A حيث $S=h\circ r$ ؟ استنتج أنّ النقط A ، C و D في استقامية.

4) (E) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$

– تحقّق أنّ النقطة C من المجموعة (E). ثم حدّد طبيعة (E) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x+3)e^x-1$

و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .

بقراءة بيانية

أ) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1\,;\frac{-1}{2}\right[$

بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقّق أنّ: $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$.

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)\left(e^x-1\right)$

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالـة f .

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ ثم استنتج انّ $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ).

جـ) اكتب معادلة لــ (T) مماس $\left(C_f\right)$ الموازي للمستقيم (Δ).

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني $\left(C_f\right)$ على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6) h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدّالة h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإنّ : $h(x)=f(x-2)+1$.

جـ) اشرح كيف يمكن رسم $\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم ارسم $\left(C_h\right)$ على المجال $[-3;3]$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول (x,y) : $5x-3y=1.....(E)$ ، حيث x و y عددان صحيحان.

أ) تحقّق أنّ الثنائية $(6n+2\,;10n+3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.

ب) استنتج أنّ العددين $10n+3$ و $6n+2$ أوليان فيما بينهما.

2) نضع $a=10n+3$ و $b=3n+5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

أ) بيّن أنّ $d=1$ أو $d=41$.

ب) بيّن أنّه إذا كان $d=41$ فإنّ $n\equiv 12[41]$.

3) ليكن العددان الطبيعيان $A=20n^2+36n+9$ و $B=6n^2+19n+15$.

أ) بيّن أنّ العددين A و B يقبلان القسمة على $2n+3$.

ب) جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

ب) الحادثة B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر".

جـ) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية ".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.

ب) احسب $P\left(X^2-X\leq 0\right)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) أ) تحقّق أنّ: $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}$.

ب) عيّن على الشكل الجبري الجذرين التّربيعيين L_1 و L_2 للعدد المركّب Z حيث : $Z=-16\sqrt{3}-16i$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = 4e^{i\frac{\pi}{3}} + 4e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_B = \frac{1}{2}iz_A$ و $z_C = -\frac{1}{4}z_A$.

1) اكتب z_A على الشكل الجبري ، ثمّ بيّن أن $z_A = 4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

2) استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين الحقيقيين $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى B و يحوّل B إلى C .

لتكن M' النقطة ذات اللاحقة z' صورة النقطة M ذات اللاّحقة z بالتّشابه S.

أ) بيّن أنّ: $z' = \frac{1}{2}iz$.

ب) حدّد العناصر المميزة للتّشابه S.

4) G النّقطة ذات اللاّحقة z_G مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;-2),(C;4)\right\}$.

أ) بيّن أنّ : $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

ب) (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث:

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\| = 2\sqrt{2}$$

– حدّد طبيعة (E) وعناصرها المميّزة، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه S.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$

احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لــ(T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقّق أنّ: $0,7 < \alpha < 0,8$.

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0\,;+\infty[$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x+1)\right)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

جـ) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f).

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين .

6) نقبل أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x < x+1$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e+\ln(x+1)$.

ب) تحقّق أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$.

جـ) S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=e-1$ و $x=e^2-1$.

– باستخدام جواب السؤال **6 – أ)** ، بيّن أنّ : $(e^2-e)\ln 2 < S < e^3$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية و حساب v_0	0.5+2× 0.25	04
2) كتابة v_n بدلالة n **و** استنتاج u_n بدلالة n	0.5+2× 0.25	
3) حساب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$	0.25	
4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .	01	
ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$	0.5	
جـ) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$	3 × 0.5	04
2) مجموعة الامكانيات الأمل الرياضياتي $E(x)$ لـ X هو : $E(x) = \frac{6}{5}$	0.5 4 × 0.25	
3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1.C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$	0.5	
4) (عدد الحالات الملائمة للحادث هو 4) ومنه **الاحتمال يساوي** $\frac{2}{5}$	0.5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ)	0.5	04
ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ استنتاج أن C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته .	0.75 0.75	
2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه S	0.5+2× 0.25	
ب) تعيين. z_D ، $z_D = 2 + (1+\sqrt{3})i$	0.5	
3) التحاك h مركزه A حيث $S = hor$ نسبته 2 استنتاج أن النقط A ، C و D في إستقامية.	0.25	
4) التحقق أن النقطة C من المجموعة (E) استنتاج طبيعة المجموعة (E)	0.25	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$	2× 0.25	1.75
ب) استنتاج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1 ; -0,5[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر	0.75	
جـ) استنتاج اشارة $g(x)$.	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
(II **1)** حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.	2×0.5	04.75
2) إثبات أن من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x)=g(x)$ جدول تغيرات الدالـــة f	2×1	
3) أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ استنتاج ان المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)	2×0.25	
ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى $\left(C_f\right)$بالنسبة للمستقيم (Δ) .	0.25	
جـ) كتابة معادلة لـ (T) مماس $\left(C_f\right)$ الموازي للمستقيم (Δ) .	0.5	
4) انشاء المستقيم (Δ)والمماس (T) و المنحني $\left(C_f\right)$	0.5	
5) حساب $f(x)-g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة f .	0.75	0.75
6) أ) إثبات أن الدالة h زوجيـة .	0.25	0.75
ب) إثبات انه من اجل كل x من $[0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$	0.25	
جـ) كيفية رسـم $\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ أنشـــاء $\left(C_h\right)$ في المجال $[-3;3]$	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E)............................	1	04
ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما........	1	
2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$	0.75	
ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n\equiv 12[41]$	0.75	
3) أ) A و B يقبلان القسمة على $2n+3$	0.25	
ب) $p\gcd(A,B)$ حسب قيم n	0.25	
التمرين الثاني:(04 نقاط)		
1) مجموع الامكانيات	1	04
أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{10}{21}$................	0.75	
ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1-\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{20}{21}$............	0.5	
جـ) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$	0.5	
2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{0,1,2,3\}$.	0.5	
قانون الاحتمال $\left(P(X=0)=\frac{4}{84}, P(X=1)=\frac{30}{84}, P(X=2)=\frac{40}{84}, P(X=3)=\frac{10}{84}\right)$	0.5	
ب) $P\left(X^2-X\le 0\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$..............	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) أ).التحقق ان $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}$.................................	0.5	03
ب). $L_1=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ و. $L_2=\left(2\sqrt{3}-2\right)-i\left(2+2\sqrt{3}\right)$..............	2×0.5	
II)		
1) أ). $z_A=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ ،	0.5	
$z_A=4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)}=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$	0.5	
ب).استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) S تشابه مباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C . أ) العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'=\frac{1}{2}iz$ ب) العناصرالمميزة للتشابه S : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$ **3)** لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$. أ) $z_G=1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ب) $\left\Vert\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\Vert=2\sqrt{2}$ تكافئ $MG=\sqrt{2}$ (E) دائرة مركزها G وطول نصف قطرها $R=\sqrt{2}$ ، محيط (E') هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.	0.5 0.5 0.5 0.5	02
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I). الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$ $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}g(x)=e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$. فان $g(x)>0$ **II).** نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{e\ln x}{x+1}$ **1).** أ). $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}f(x)=-\infty$ ، تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ب). من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$. جـ). الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة f . **2).** معادلة للمماس (T): $(T): y=\frac{1}{2}(e+1)x-\frac{1}{2}(e+1)+\ln 2$ **3).** أ) الدالة f على $]0;+\infty[$مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A ذات الفاصلة α ب) التحقق ان $0.7<\alpha<0.8$ **4).** أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x+1)]=0$ و التفسير الهندسي ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (Γ)و (C_f) جـ) رسم (T)و (Γ)و (C_f)	0.5+0.75 2×0.5 0.75 2×0.5 0.25 0.25 0.25 2×0.25 0.25 2×0.25	06

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>

5). للمعادلة $f(x)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين من أجل $m\in\left]\frac{1}{2}(1+e)-\ln 2;+\infty\right[$

6). نقبل انه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$

أ) نبين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$.

ب) التحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ أن الدالة :

$x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$.

جـ) باستخدام السؤال6) أ) نبين أن : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$

لدينا: $\int_{e-1}^{e^2-1}\ln 2dx<S<\int_{e-1}^{e^2-1}e+\ln(x+1)dx$ ومنه $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$

</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>1</td></tr>
</table>