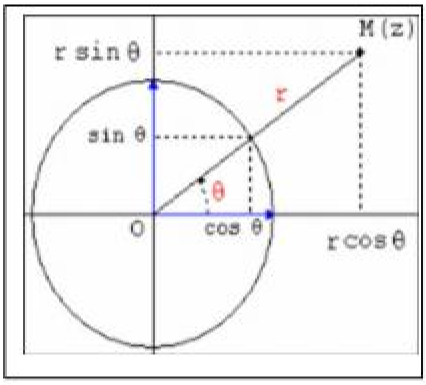
المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول - بطاقة رقم: 04/ 48 الأستاذ: شداني عبد المالك

الحصة	هندسة	التاريخ	11 جانفي 2016
المحور	الأعداد المركبة	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	المرور من الشكل الجبري إلى المثلثي و العكس	المعارف المكتسبة	طويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم
الوسائل البداغوجية	السبورة ، المسطرة ، المدور	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	نشاط: نضع $z=1+i$. أحسب $\|z\|$ و $\arg(z)$ نعتبر $\theta=\arg(z)$ و $r=\|z\|$، أكتب العدد $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ على الشكل الجبري.	10د

1) الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:

تعريف: ليكن z عدد مركب غير معدوم طويلته r و عمدته θ. الكتابة $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ تسمى الشكل المثلثي للعدد z.



مبرهنة: ليكن $z=x+iy$ عدد مركب غير معدوم.
إذا كان: $|z|=r$ و $\arg(z)=\theta+2\pi k$ مع $k\in\mathbb{Z}$ فإن: $\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$ أي $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{r}\\ \sin\theta=\dfrac{y}{r}\end{cases}$

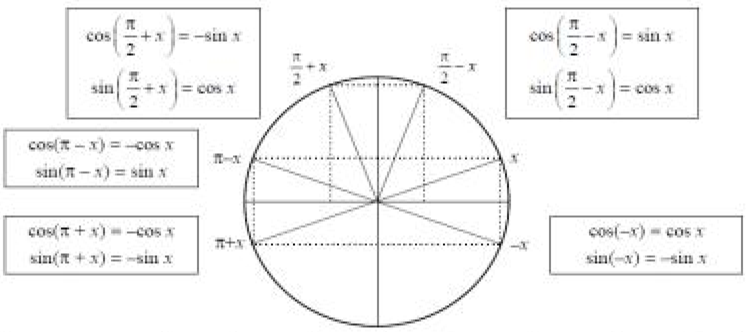
مثال: أكتب الشكل المثلثي للعدد : $z=1+i\sqrt{3}$

2) المرور من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي و العكس:

الشكل الجبري		الشكل المثلثي
$z=x+iy$	$\xrightarrow{\;r=\sqrt{x^2+y^2}\text{، }\cos\theta=\frac{x}{r}\text{ و }\sin\theta=\frac{y}{r}\;}$ $\xleftarrow{\;x=r\cos\theta\text{ و }y=r\sin\theta\;}$	$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

ملاحظة مهمة:

- الكتابة $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ لا تمثل الشكل المثلثي في حالة $r<0$
- لتعيين θ نحتاج إلى الدائرة المثلثية و إستعمالهـــــــا(تمرين رقم 39 صفحة 146)



أمثلة: التمارين من 41 إلى 43 صفحة 147

3) خواص عمدة عدد مركب: z و z' عددان مركبان غير معدومين

$$\boxed{\arg(z.z')=\arg(z)+\arg(z')} \qquad \boxed{\arg\left(\frac{z}{z'}\right)=\arg(z)-\arg(z')}$$

$\boxed{\arg(z^n)=n\arg(z)}$ مع $n\in\mathbb{N}^*$

مرحلة التقويم و الإستثمار

تطبيق1: تمرين 44 + 45 صفحة 147

نماذج البكالوريا: جزء من بكالوريا جوان 2009

نضع: $z_1=1+i$ و $z_2=1-\sqrt{3}i$

أ) أكتب z_1 و z_2 على الشكـل المثلثي. ب) أكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي.

تمرين 46 صفحة 146 نعتبر العدد المركب $Z=\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$

1) **كتابة العدد المركب Z على الشكل الجبري:**

$$Z=\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}=\frac{(4+4i)(1+i\sqrt{3})}{(1-i\sqrt{3})(1+i\sqrt{3})}=\frac{4+4i\sqrt{3}+4i-4\sqrt{3}}{1^2-(i\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{4(1-\sqrt{3})+4i(1+\sqrt{3})}{4}=(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})$$

2) **كتابة العدد Z على الشكل المثلثي:**

حساب الطويلة: لدينا

$$|Z|=\sqrt{(1-\sqrt{3})^2+(1+\sqrt{3})^2}=\sqrt{1-2\sqrt{3}+3+1+2\sqrt{3}+3}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

حساب عمدة العدد Z : $\arg(Z)=\arg\left(\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}\right)=\arg(4+4i)-\arg(1-i\sqrt{3})$

لتكن θ_1 عمدة لـ $Z_1=4+4i$ ومنه $\begin{cases}\cos\theta_1=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin\theta_1=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}$ ومنه $\theta_1=\frac{\pi}{4}$ عمدة لـ Z_1

لتكن θ_2 عمدة لـ $Z_2=1-i\sqrt{3}$ ومنه $\begin{cases}\cos\theta_2=\frac{1}{2}\\ \sin\theta_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta_2=-\frac{\pi}{6}$ عمدة لـ Z_2

ومنه $\arg(Z)=\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{12}$ ومنه $Z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$.

ملاحظات حول سير الحصة:...