المؤسســـــــــة:	المستــــــــوى: الثالثة رياضيات
السنة الدراسية:	ميــــدان التعلم: هندسة
التاريـــــــــخ:	الوحدة التعلمية: الاعداد المركبة
توقيت الحـصة :	موضوع الحـصة : المجموعات النقطية في الاعداد المركبة

المكتسبات المستهدفة: مجموعات النقطة المقترحة في البكالوريا

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســير الحصة)	المنهاج
	(انظر أدناه)	نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات نقط و/أو استعمال المرجع . نميز دائرة مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة z_0 أو نصف مستقيم مبدؤه Ω بعلاقة من الشكل $z = z_0 + k e^{i\theta}$، k ثابت موجب و θ يمسح R عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو θ ثابت و k يمسح R^+ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

8/ مجموعات النقط

1.8 عن طريق طبيعة العدد

يمكن تحديد مجموعة النقط حيث $z = x + iy$ او تعيينها فقط عن طريق حالتين

الطريقة الاولى الجزء التخيلي معدوم $\operatorname{Im}(z) = 0$

الطريقة الثانية الجزء الحقيقي معدوم $\operatorname{Re}(z) = 0$

تمرين تطبيقي:

تمرين المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{OI},\vec{OJ})$. x و y عددان حقيقيان. لتكن المجموعة S مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث $z = (x^2 + y)(1+i) - i$. عين ثمّ أنشئ المجموعة S في الحالتين الآتيتين .

1) z عدد حقيقي . 2) z عدد تخيلي صرف .

الحل: $z = x^2 + y + i(y-1)$.

1) Z عدد حقيقي

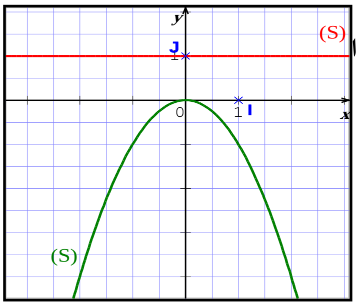
1) z عدد حقيقي إذا و فقط إذا كان $\operatorname{Im}(z)$ أي $y - 1 = 0$.

إذن المجموعة S في هذه الحالة هي المستقيم ذو المعادلة $y - 1 = 0$. S مرسوم باللون الأحمر في هذه الحالة .

2) Z عدد تخيلي صرف

2) z عدد تخيلي صرف إذا و فقط إذا كان $\operatorname{Re}(z)$ أي $x^2 + y = 0$. إذن المجموعة S في هذه الحالة هي القطع المكافئ ذو المعادلة $y = -x^2$.

S مرسوم باللون الأخضر في هذه الحالة .



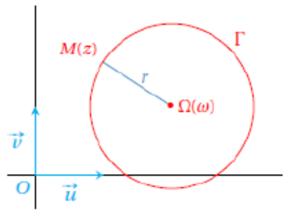
تطبيق 6 تعيين مجموعة نقط بطريقتين

عيّن، في المستوي المركب، مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $Z = z^2 + \bar{z}$ حقيقيا.

2.8 عن طريق العلاقة $|z-z_A|$

يمكن تحديد مجموعة النقط او تعيينها عن طريق الحالات

1: حالة دائرة $|z-z_A|=r$



r عدد حقيقي موجب تماما مجموعة النقط Γ للنقط M ذات اللاحقة Z حيث $|z-z_A|=r$ هي الدائرة التي مركزها A ذات اللاحقة z_A ونصف قطرها r

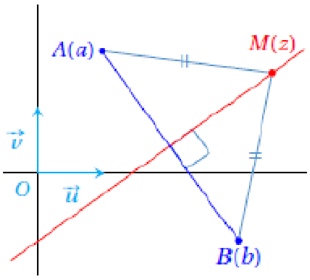
تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط Γ للنقط M ذات اللاحقة حيث $Z = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}\,i+2$

الحل : لدينا $Z-\left(-2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}\,i\right) = 2$ من الشكل $|z-z_A|=r$

مجموعة النقط Γ للنقط M هي الدائرة التي مركزها A ذات اللاحقة $z_A = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}\,i$ ونصف قطرها $r=2$

2: حالة مستقيم $|z-z_A|=|z-z_B|$



A,B نقطتان لاحقتيهما على الترتيب Z_A و Z_B

مجموعة النقط Δ للنقط M ذات اللاحقة Z حيث $|z-z_A|=|z-z_B|$ هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$

تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط Δ للنقط M حيث

$$|-Z-2+5i+Z+2-3i|=0$$

الحل : لدينا $Z-(2+5i)=Z+2-3i$ ومنه $Z-(2+5i)=Z-(-2+3i)$ من الشكل $|z-z_A|=|z-z_B|$ اذن مجموعة النقط Δ للنقط M هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ المار من I منتصف $[AB]$ حيث $z_I = \dfrac{2+5i+2-3i}{2} = i$

تطبيق تعيين مجموعة نقط

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 1+i$ و $z_B = 2i$

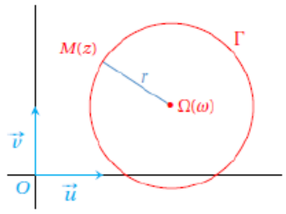
نرفق بكل عدد مركب z، $z \neq z_A$، العدد المركب $z' = \dfrac{z-2i}{z-1-i}$

1. عيّن المجموعة $\mathcal{E}$ للنقط $M(z)$ حيث $|z'| = 1$
2. عيّن المجموعة $\mathcal{F}$ للنقط $M(z)$ حيث z حقيقي
3. (جـ) عيّن المجموعة $\mathcal{G}$ للنقط $M(z)$ حيث z تخيّلي صرف

حل مختصر

1). مجموعة النقط ε للنقط M حيث $|Z'|=1$ اي $|z-z_A|=|z-z_B|$ هي محور القطعة $[AB]$

3: حالة دائرة $z - z_A = k\, e^{i\theta}$



k ثابت موجب و θ يمسح R عندما يتعلق الأمر بالدائرة

مجموعة النقط Γ للنقط M ذات اللاحقات Z حيث

$z - z_A = k\, e^{i\theta}$ هي الدائرة التي مركزها A ذات اللاحقة

z_A ونصف قطرها $r = k$

تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط Γ للنقط M ذات اللاحقات حيث $Z = -2 + 5\,i + 2e^{i\theta}$

الحل : لدينا $Z - (-2 + 5\,i) = 2e^{i\theta}$ من الشكل $z - z_A = k\, e^{i\theta}$

مجموعة النقط Γ للنقط M هي الدائرة التي مركزها A ذات اللاحقة $z_A = -2 + 5\,i$ ونصف قطرها $r = 2$

تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط Γ للنقط M ذات اللاحقات حيث $Z = -2 + 5\,i - 2e^{i\theta}$

الحل : لدينا $Z - (-2 + 5\,i) = -2e^{i\theta}$ لدينا الشكل الاسي ل 2- حقيقي سالب هو

$-2 = 2\, e^{i\pi}$

ومنه $Z - (-2 + 5\,i) = 2\, e^{i\pi} e^{i\theta} = 2e^{i(\pi+\theta)}$

مجموعة النقط Γ للنقط M هي الدائرة التي مركزها A ذات اللاحقة $z_A = -2 + 5\,i$ ونصف قطرها $r = 2$

4: حالة نصف مستقيم $z - z_A = k\, e^{i\theta}$

θ ثابت و k يمسح R^+ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

مجموعة النقط Δ للنقط M ذات اللاحقات Z حيث

$z - z_A = k\, e^{i\theta}$ هي نصف المستقيم $[A0$ ذو المبدا A لاحقته z_A

تمرين تطبيقي:

عين مجموعة النقط Δ للنقط M حيث

$Z = -1 + i\sqrt{3} + ke^{i\frac{\pi}{3}}$ وارسمها

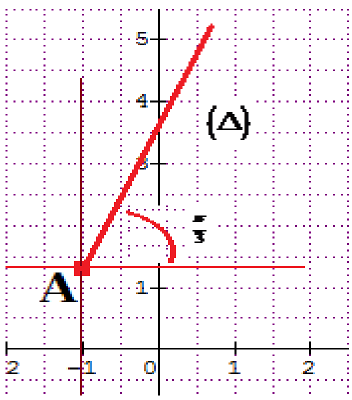
الحل : لدينا $Z - \left(-1 + i\sqrt{3}\right) = ke^{i\frac{\pi}{3}}$ لدينا

الطويلة تتغير لان k يمسح R^+

مجموعة النقط Δ للنقط M هي نصف مستقيم مبدأه

A ذات اللاحقة $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ يميل بزاوية $\frac{\pi}{3}$

الرسم : في مستوى مركب



تمرين135ص 155

في المستوي المركب ، نرفق بكل نقطة m ذات اللاحقة العدد المركب غير المعدوم z , النقطة M ذات اللاحقة $Z = \frac{1}{z^2}$.

1) نضع $z = re^{i\theta}$

أ . أكتب Z على الشكل الأسّي .

ب . Z_0 عدد مركب غير معدوم معطى . هل يمكن إيجاد عدد مركب z_0 يحقق $Z_0 = \frac{1}{z_0^2}$ ؟

2) نفرض أن $|z|=1$.

أ . تعطى النقطة m أنشئ النقطة M .

ب . عين النقط m التي يكون من أجلها $Z=z$.

3) d مجموعة نقط نصف مستقيم مبدأه O ، باستثناء O.

أ . عين مجموعة النقط M عندما m تمسح المجموعة d .

ب . عين مجموعة النقط m عندما تمسح M المجموعة d .

ملاحظة

مجموعة النقط S للنقط M ذات اللاحقة Z حيث

$z=e^{i\theta}$ هي دائرة مركزه 0 ونصف قطرها 1

3.8 عن طريق العمدة $\arg(z-z_A)=\theta$

θ ثابت مجموعة النقط Δ للنقط M ذات اللاحقة Z حيث

$\arg(z-z_A)=\theta$ هي نفسها المجموعة $z-z_A=k\ e^{i\theta}$

مجموعة النقط Δ للنقط M ذات اللاحقة Z حيث

$z-z_A=k\ e^{i\theta}$ هي نصف المستقيم $[A0$ ذو المبدا A لاحقته z_A

تمرين تطبيقي:

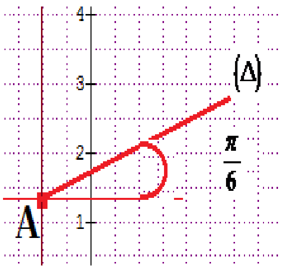
عين مجموعة النقط Δ للنقط M حيث $\arg\left(z+1+i\sqrt{3}\right)=\dfrac{\pi}{6}$ وارسمها

الحل : لدينا $\arg\left(z-\left(-1-i\sqrt{3}\right)\right)=\dfrac{\pi}{6}$ لدينا الطويلة تتغير لان k يمسح R^+

ومنه $ke^{i\frac{\pi}{6}}=k\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{6}$ اذن

$\arg\left(ke^{i\frac{\pi}{6}}\right)=\arg k\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{6}$

نستنتج ان $\arg\left(z-\left(-1-i\sqrt{3}\right)\right)=\arg\left(ke^{i\frac{\pi}{6}}\right)$



اي $\left(z-\left(-1-i\sqrt{3}\right)\right)=ke^{i\frac{\pi}{6}}$ مجموعة النقط Δ للنقط M ذات اللاحقة Z حيث

$z-z_A=k\ e^{i\theta}$ هي نصف المستقيم $[A0$ ذو المبدا A لاحقته $z_A=-1-i\sqrt{3}$

تطبيق **تعيين مجموعة نقط**

في كل حالة من الحالات التالية، عيّن هندسيا مجموعة النقط M، من المستوي المركب، ذات اللاحقة z التي تحقق العلاقة المقترحة:

بدلالة الطويلة

(أ) $|z-3|=|z+2i|$ (ب) $\left|\bar{z}+\frac{i}{2}\right|=4$ (جـ) $\sqrt{2}|z+1|=|(1+i)z-4|$

(د) $|z+1-2i|<\sqrt{5}$ (هـ) $\left|\frac{z+2i}{z+1-2i}\right|>1$

بدلالة العمدة

(أ) $\arg(z)=\frac{\pi}{6}$ (ب) $\arg(\bar{z})=\frac{\pi}{3}$ (جـ) $\arg(iz)=-\frac{\pi}{4}$ (د) $\arg\left(\frac{z+1}{z-2i}\right)=\frac{\pi}{2}$

4.8 عن طريق المرجح

تطبيق : في المستوى المركب $o,\vec{oi},\vec{oj}$ النقطة A,B,C من المستوى حيث

$$Z_A=-1-i\sqrt{3};Z_B=-1+i\sqrt{3};Z_C=-5+i\sqrt{3}$$

عين لاحقة D مرجح الجملة $A,2\ ;\ B,-1\ ;\ C;1$

عين مجموعة النقط M لاحقتها z حيث :

2). المجموعة Δ : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

3). المجموعة φ : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

4). المجموعة S : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4$

5). المجموعة γ : $2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=20$

الحل : في المستوى المركب $o,\vec{oi},\vec{oj}$ النقطة A,B,C من المستوى حيث

$$Z_A=-1-i\sqrt{3};Z_B=-1+i\sqrt{3};Z_C=-5+i\sqrt{3}$$

عين لاحقة D مرجح الجملة $A,2\ ;\ B,-1\ ;\ C;1$

$$Z_D=\frac{-2-2i\sqrt{3}+1-i\sqrt{3}-5+i\sqrt{3}}{2}=-3-i\sqrt{3}$$

مجموعة النقط

1 مرجحين

كل علاقة من الشكل $\left\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\delta\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\alpha'\overrightarrow{MA}+\beta'\overrightarrow{MB}+\delta'\overrightarrow{MC}\right\|$

حيث $\alpha+\beta+\delta=\alpha'+\beta'+\delta'\neq 0$ هي نفسها المجموعة $|z-z_A|=|z-z_B|$

العلاقة $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ توضح وجود جملة مرجحين

الجملة الاولى $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ مرجحها D يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MD}\right\|$

يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2MD$

الجملة الثانية $\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ تقبل مرجح ليكن D' لان $3-2+1=2\neq 0$

$\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MD'}\right\|$ يعني ان $\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2MD'$

ومنه $2MD'=2MD$ أي $MD'=MD$ وهي نفسها المجموعة $|z-z_A|=|z-z_B|$

المجموعة Δ هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$

مرجح 2

كل علاقة من الشكل $\left\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\delta\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\alpha'\overrightarrow{MA}+\beta'\overrightarrow{MB}+\delta'\overrightarrow{MC}\right\|$

حيث: $\alpha+\beta+\delta\neq 0;\alpha'+\beta'+\delta'=0$ هي نفسها المجموعة $\left|z-z_A\right|=r$

العلاقة $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4$ توضح وجود مرجح وحيد

الجملة الاولى $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ مرجحها D يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MD}\right\|$

يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2MD$

الجملة الثانية $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ لا تقبل مرجح لان $1-1=0$ يعني ان M مستقلة عن A و B

نكتب الجملة بدون M وهذا باستعمال علاقة شال نجد :

$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MB}\right\|=AB$

نجد $MD=\dfrac{AB}{2}$ وبما ان $AB=\left|Z_B-Z_A\right|=\left|2i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$ ومنه $MD=\sqrt{3}$

المجموعة $\wp$ هي الدائرة التي مركزها D ذات اللاحقة $z_D=-3-i\sqrt{3}$ ونصف قطرها $r=\sqrt{3}$

مرجح 3

كل علاقة من الشكل $\left\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\delta\overrightarrow{MC}\right\|=k$

حيث: $k\in\mathbb{R}_+^*$ هي نفسها المجموعة $\left|z-z_A\right|=r$

العلاقة $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ توضح وجود مرجح وحيد

الجملة الاولى $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ مرجحها D يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MD}\right\|$

يعني ان $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2MD$ نجد $MD=\dfrac{4}{2}=2$

المجموعة S هي الدائرة التي مركزها D ذات اللاحقة $z_D=-3-i\sqrt{3}$ ونصف قطرها $r=2$

مرجح 4

كل علاقة من الشكل $\alpha\overrightarrow{MA}^2+\beta\overrightarrow{MB}^2+\delta\overrightarrow{MC}^2=k$

حيث: $k\in\mathbb{R}_+^*$ هي نفسها المجموعة $\left|z-z_A\right|=r$

العلاقة $2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=20$ توضح وجود مرجح وحيد

الجملة الاولى $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ مرجحها D يعني ان

$$2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{GC}\right)^2$$

$$\left(2MG^2-MG^2+MG^2\right)+\left(2GA^2-GB^2+GC^2\right)$$

$$+2\left(\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GA}\right)-\left(\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{GC}\right)=20$$

يعني ان

$$2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=\left(2MG^2\right)+\left(2GA^2-GB^2+GC^2\right)$$

$$+2\left(\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GA}\right)-\left(\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{GC}\right)=20$$

ومنه
$$2\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=\left(2MG^2\right)+\left(2GA^2-GB^2+GC^2\right)$$
$$+\overrightarrow{MG}\left(2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)=20$$

حسب قانون المرجح $\overrightarrow{MG}\left(2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)=0$ نجد عندها

$\left(2MG^2\right)+\left(2GA^2-GB^2+GC^2\right)=20$ ومنه $MG=\sqrt{20-\left(2GA^2-GB^2+GC^2\right)}\Big/2$

نحسب كلا من :
$$\begin{cases} DA=\left|Z_A-Z_D\right|=\left|2\right|=2 \\ DB=\left|Z_B-Z_D\right|=\left|2+2i\sqrt{3}\right|=4 \\ DC=\left|Z_c-Z_D\right|=\left|-2+2i\sqrt{3}\right|=4 \end{cases}$$

ومنه $MD=\sqrt{20-\left(8-16+16\right)}\Big/2=\sqrt{3}$

المجموعة γ هي الدائرة التي مركزها D ذات اللاحقة $z_D=-3-i\sqrt{3}$ ونصف قطرها $r=\sqrt{3}$

ملاحظة : النقطة D هي نفسها النقطة G ونعني بها المرجح في الحالة العامة

تطبيقات:

تطبيق 1 نعتبر في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر

النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب

: $z_A = 3-2i$ ، $z_B = 3+2i$ و $z_C = 4i$.

1.أ) علم النقط A، B و C

ب) ما طبيعة الرباعي $OABC$ ؟ علّل إجابتك .

جـ)عين لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$

2.عين ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 12$$

3.أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+13=0$

نسمي z_0، z_1 حلي هذه المعادلة .

ب) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب

عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$|z-z_0| = |z-z_1|$$

تطبيق 2 A و B نقطتان لاحقتيهما على الترتيب $z_A = \sqrt{3}-i$ ، $z_B = \sqrt{3}+i$

$(\mathcal{E})$ هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق

$$|z-\sqrt{3}+i| = 2$$

(أ) بيّن أنّ النقطة B نقطة من المجوعة $(\mathcal{E})$

تطبيق 3 المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2+z+1=0$$

2.نعتبر النقط A، B و M ذات اللاحقات : $z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و z

على الترتيب. (يرمز $\overline{z_A}$ إلى مُرافق z_A)

(أ) أكتب z_A على الشكل الأسّي

(ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي حيث :

$$\arg[(z-z_A)^2] = \arg(z_A)-\arg(z_B)$$

4 تطبيق المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الرسم 2cm)

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$(z-2i)(z^2-2z+2)=0$$

تُعطى الحلول على شكلها الجبري و الأسي (مع التبرير)

2. لتكن النقطتين A و B ذات اللاحقتين

$$z_A=1+i \quad \text{و} \quad z_B=2i$$

نرفق لكل عدد مركب z يختلف عن z_A العدد المركب:

$$z'=\frac{z-2i}{z-1-i}$$

(أ) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون z' عدد تخيلي صرف. عيّن و أنشئ المجموعة (E)

(ب) لتكن (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $|z'|=1$. عيّن و أنشئ المجموعة (F)

5 تطبيق في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس و المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$

1. لتكن المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z التي تحقق:

$z=1-2i+e^{i\theta}$ مع θ عددا حقيقيا

- ☐ (E) هي المستقيم الذي يشمل النقطة ذات اللاحقة $-1+2i$
- ☐ (E) هي الدائرة التي مركزها النقطة ذات اللاحقة $-1+2i$ و نصف قطرها 1
- ☐ (E) هي الدائرة التي مركزها النقطة ذات اللاحقة $1-2i$ و نصف قطرها 1
- ☐ (E) هي الدائرة التي مركزها النقطة ذات اللاحقة $1-2i$ و نصف قطرها $\sqrt{5}$

6 تطبيق لتكن المجموعة (F) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:

$$|z-1+i|=|z+1+2i|$$

و ليكن A، B و C النقط ذات اللواحق $1-i$، $-1+2i$ و $-1-2i$ على الترتيب

- ☐ النقطة C هي نقطة من المجموعة (F)
- ☐ (F) هي محور القطعة $[AB]$
- ☐ (F) هي محور القطعة $[AC]$
- ☐ (F) هي الدائرة التي قطرها $[AB]$