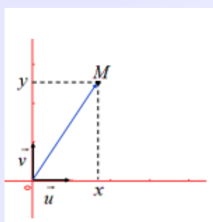
المؤسسة:سليماني جلول الأستاذ:بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة
الكفاءات المستهدفة: - التعرف على بعض الرموز و الإصطلاحات- التمثيل الهندسي لعدد مركب .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالمجموعات الجزئية للمجموعة $\mathbb{R}$. **نشاط:** نفرض أن a عدد حقيقي موجب تماما و منه : المعادلة $x^2+a=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ - نعتبر المجموعة $\mathbb{C}$ حيث : $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ و كل خواص العميات المعروفة في $\mathbb{R}$ توظف بنفس الطريقة في $\mathbb{C}$ - لنتخيل عنصرا i من $\mathbb{C}$ يحقق : $i^2=-1$ ❶ برر لماذا العنصر i ليس حقيقيا ؟ ❷ بين أن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ ينتميان إلى $\mathbb{C}$ ثم تحقق أنهما حلان للمعادلة $x^2+a=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ ❸ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلتين : $x^2+x-1=0$ و $x^2+x+1=0$ **مناقشة النشاط:** ❶ إذا افترضنا أن $i\in\mathbb{R}$ فإن : $i^2\in\mathbb{R}_+$ و هذا تناقض . إذن : الإفتراض خاطيء و بالتالي : i ليس عددا حقيقيا . ❷ لدينا : $a\in\mathbb{R}_+^*$ و عليه : $\sqrt{a}\in\mathbb{R}$ و $-\sqrt{a}\in\mathbb{R}$ و بما أن : $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ فإن : $\sqrt{a}\in\mathbb{C}$ و $-\sqrt{a}\in\mathbb{C}$ و لدينا : i عنصر من $\mathbb{C}$ إذن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ ينتميان إلى $\mathbb{C}$ لدينا : $(i\sqrt{a})^2+a=i^2\times a+a=-a+a=0$ و كذلك : $(-i\sqrt{a})^2+a=i^2\times a+a=-a+a=0$ إذن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ هما حلان للمعادلة $x^2+a=0$ في $\mathbb{C}$ ❸ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلتين : $x^2+x-1=0$ و $x^2+x+1=0$ **تعريف:** نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث: x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$ **ملاحظات وترميز:** ⋆ نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بـ : $\mathbb{C}$ ⋆ العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز : $Re(z)$ ⋆ العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز : $Im(z)$ ⋆ إذا كان $y=0$ نقول إن العدد z حقيقي . ⋆ إذا كان $x=0$ نقول إن العدد z تخيلي صرف (أو تخيلي بحت أو تخيلي محض)	15 د 10 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم	⋆ يكون العدد المركب z معدوما إذا و فقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما أي : $z=0$ يعني : $x=0$ و $y=0$ ⋆ الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z ⋆ يتساوى عددان مركبان z و z' إذا و فقط إذا كان لهما نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي . نضع : $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ لدينا $z=z'$ معناه : $x=x'$ و $y=y'$ **تمرين تطبيقي «①» :** عين $Re(z)$ و $Im(z)$ في كل حالة : ❶ $z=3+2i$ ❷ $z=i-2\sqrt{3}$ ❸ $z=\sqrt{3}$ ❹ $z=2i$ **تمرين تطبيقي «②» :** z عدد مركب حيث : $z=(x^2+x)+i(x^2+y-1)$ ـ عين العددين الحقيقيين x و y حتى يكون العدد المركب z معدوما .	15 د	
	التمثيل الهندسي لعدد مركب : **تعريف:** المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لكل نقطة $M(x;y)$ من المستوي نرفق العدد المركب $z=x+iy$  ⋆ نقول إن النقطة M هي صورة العدد المركب z ، و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يسمى كذلك صورة العدد المركب z ⋆ كل نقطة M هي صورة عدد مركب وحيد $z=x+iy$ و نقول إن z لاحقة النقطة M و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ ⋆ محور الفواصل يسمى المحور الحقيقي و محور التراتيب يسمى المحور التخيلي ⋆ المستوي يسمى المستوي المركب **مثال:** ✣ لاحقة النقطة $A(1;-3)$ هي : $z_A=1-3i$ ✣ إحداثيا النقطة B ذات اللاحقة $z_B=2+\sqrt{3}i$ هي : $B(2;\sqrt{3})$	10 د	
	تمرين تطبيقي: المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، x و y عددان حقيقيان . لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث : $z=x^2+y(1+i)-i$ ـ عين المجموعة (S) بحيث يكون z حقيقيا .	10 د	
تقويم	حل التمرين 02و04صفحة 144		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

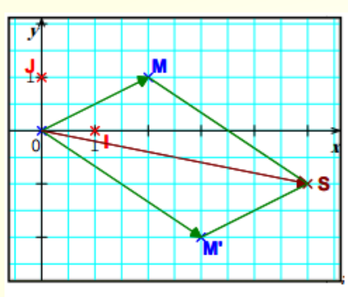
المؤسسة: سليماني جلول | الأستاذ: بلبحري كمال | المادة : رياضيات

المستوى والشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – العمليات الحسابية على الأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالمجموعات الجزئية للمجموعة $\mathbb{R}$. **العمليات في مجموعة الأعداد المركبة :** **مجموع وجداء عددين مركبين :** **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) و z' عدد مركب حيث : $z'=x'+iy'$ ($x'\in\mathbb{R}$ و $y'\in\mathbb{R}$) ⋆ مجموع العددين z و z' هو العدد المركب : $$z+z'=x+x'+i(y+y')$$ ⋆ جداء العددين z و z' هو العدد المركب : $$z.z'=xx'-yy'+i(xy'+x'y)$$ **ملاحظة:** ⋆ قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$ **أمثلة:** • $(1-i)+(3+2i)=1+3+i(-1+2)=4+i$ • $(1+3i)(2+i)=2+i+6i+3i^2=-1+7i$ **التفسير الهندسي لمجموع عددين مركبين :** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ z لاحقة النقطة M و z' لاحقة النقطة M' ⋆ المجموع $z+z'$ هو لاحقة النقطة S حيث : $\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OM'}$ أي : $\overrightarrow{OS}$ هو محصلة الشعاعين $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$  	10 د 10 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم	**ملاحظات:** ⋆ إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و كان z' لاحقة الشعاع $\vec{v}$ فإن : $z+z'$ هو لاحقة $\vec{u}+\vec{v}$ ⋆ إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و كان k عددا حقيقيا فإن : kz هو لاحقة $k\vec{u}$ ⋆ شعاعان متساويان لهما نفس اللاحقة . **لاحقة شعاع ـ لاحقة مرجح :** **خاصية:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب . • $z_B - z_A$ هي لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ • α و β عددان حقيقيان حيث : $\alpha+\beta\neq 0$ لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ هي : $\dfrac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}$ **تمرين تطبيقي «①» :** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=1-3i$ ، $z_B=3+i$ و $z_C=2+2i$ ✣ عين لواحق الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ **تمرين تطبيقي «②» :** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3i$ ، $z_B=-3i$ و $z_C=2-3i$ ① عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,-2)\}$ ② عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $AM^2+2BM^2-2CM^2=25$	10 د 15 د 15 د	
تقويم	حل التمرين 20 و 26 صفحة 145 حل التمرين 88 و 89 صفحة 150		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – استعمال خواص مرافق عدد مركب .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل الجبري لعدد مركب . **نشاط:** المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ $M(x;y)$ نقطة من المستوي لاحقتها z M' نظيرة M بالنسبة إلى محور الفواصل ، نرمز للاحقتها بـ $\overline{z}$ ❶ اكتب z و $\overline{z}$ على الشكل الجبري ثم احسب $z+\overline{z}$ ، $z-\overline{z}$ و $z\overline{z}$ ❷ اجعل مقام العدد المركب $\dfrac{1+i}{2+3i}$ عددا حقيقيا ثم اكتبه على الشكل الجبري . **مناقشة النشاط:** ❶ لدينا $M(x;y)$ ومنه : $M'(x;-y)$ و بالتالي : $z=x+iy$ و $\overline{z}=x-iy$ $z+\overline{z}=2x$ $\quad z-\overline{z}=2iy$ $\quad z\overline{z}=x^2+y^2$ ❷ لدينا : $\dfrac{1+i}{2+3i}=\dfrac{(1+i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)}=\dfrac{5}{13}-\dfrac{1}{13}i$ **مرافق عدد مركب :** **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) العدد المركب : $x-iy$ و الذي نرمز له : $\overline{z}$ يسمى مرافق العدد المركب z **ملاحظة:** ⋆ للحصول على مرافق عدد مركب z نغير إشارة الجزء التخيلي . **أمثلة:** $\overline{2+3i}=2-3i$ $\quad \overline{1-5i}=1+5i$ $\quad \overline{2i}=-2i$ $\quad \overline{-3}=-3$ **تمرين تطبيقي** : اكتب على الشكل الجبري الأعداد المركبة التالية : ❶ $z_1=\dfrac{4-6i}{3+2i}$ ❷ $z_2=\dfrac{5+15i}{1+2i}$ ❸ $z_3=\dfrac{3+2i}{(1+i)(-6-5i)}$ **مقلوب عدد مركب :** **مبرهنة:** كل عدد مركب غير معدوم z له مقلوب في $\mathbb{C}$ يرمز له : $\dfrac{1}{z}$	10 د 15 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم: — 10 د

خواص مرافق عدد مركب :

خواص:

❖ $\overline{\overline{z}} = z$　　❖ $z + \overline{z} = 2Re(z)$

❖ $z - \overline{z} = 2iIm(z)$　　❖ $z\overline{z} = (Re(z))^2 + (Im(z))^2$

المرافق والعمليات :

z عددا مركبا و مرافقه $\overline{z}$ ، z' عددا مركبا و مرافقه $\overline{z'}$

❖ $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$　　❖ $\overline{zz'} = \overline{z}.\overline{z'}$　　❖ $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ مع: $n \in \mathbb{N}^*$

❖ $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\overline{z}}$ مع: $z \neq 0$　　❖ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ مع: $z' \neq 0$

البرهان:

تقويم — 25 د

تمرين تطبيقي «①» : نضع : $z_1 = \dfrac{3-i}{2+5i}$ و $z_2 = \dfrac{3+i}{2-5i}$

❶ بدون إجراء الحساب برر أن $z_1 + z_2$ هو عدد حقيقي و $z_1 - z_2$ هو عدد تخيلي صرف .

❷ احسب $z_1 + z_2$ و $z_1 - z_2$ ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب z_1

حل التمرين التطبيقي «①» :

❶ لدينا : $z_2 = \overline{z_1}$ و منه : $z_1 + z_2 = z_1 + \overline{z_1} = 2Re(z_1)$

و $z_1 - z_2 = z_1 - \overline{z_1} = 2iIm(z_1)$

❷ $z_1 + z_2 = \frac{(3-i)(2-5i)+(3+i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{2}{29}$

$z_1 - z_2 = \frac{(3-i)(2-5i)-(3+i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{-34i}{29}$

إذن : $z_1 = \frac{1}{29} - \frac{17}{29}i$

تمرين تطبيقي «②» : ليكن كثير الحدود P للمتغير المركب z المعرف بـ :

$$P(z) = z^3 + z^2 - 2$$

❶ أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z : $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$

❷ احسب $P(1)$ و $P(-1-i)$

❸ عين جذور $P(z)$

حل التمرين التطبيقي «②» :

❶ لدينا : $\overline{P(z)} = \overline{z^3 + z^2 - 2} = \overline{z^3} + \overline{z^2} - \overline{2} = (\overline{z})^3 + (\overline{z})^2 - 2 = p(\overline{z})$

❷ $P(1) = 0$ و $p(-1-i) = 2i(-1-i) + 2i - 2 = 0$

❸ لدينا : $p(-1-i) = 0$ و منه : $\overline{p(-1-i)} = 0$ و بالتالي : $p(\overline{-1-i}) = 0$

أي : $p(-1+i) = 0$.

حل التمرين 16و17صفحة 145

حل التمرين 102و106صفحة 152

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول | الأستاذ: بلبحري كمال | المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – حساب طويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: طويلة عدد مركب : **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z = x + iy$ ($x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$) نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمز له : $\boxed{\|z\|}$ حيث : $\boxed{\|z\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$ **أمثلة:** • $\|2 + 3i\| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ • $\|-3 + 4i\| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب : المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ z عدد مركب حيث : $z = x + iy$ صورته M إذن : $\boxed{OM = \|z\|}$ **ملاحظات:** ⋆ $z.\overline{z} = x^2 + y^2 = \|z\|^2$ ⋆ A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب : $AB = \|z_B - z_A\|$ **خواص:** من أجل كل عددين مركبين z و z' ❖ $\|\overline{z}\| = \|z\|$ ❖ $\|-z\| = \|z\|$ ❖ $\|z.z'\| = \|z\|.\|z'\|$ ❖ $\|\frac{z}{z'}\| = \frac{\|z\|}{\|z'\|}$ مع : $z' \neq 0$ ❖ $\|z^n\| = \|z\|^n$ ❖ $\|z + z'\| \leq \|z\| + \|z'\|$ **أمثلة:** ❖ $\|\ (1+i)(2+3i)\ \|=\|\ 1+i\ \|\|\ 2+3i\ \|= \sqrt{2} \times \sqrt{13} = \sqrt{26}$ ❖ $\|\frac{3-4i}{\sqrt{3}-i}\| = \frac{\|\ 3-4i\ \|}{\|\ \sqrt{3}-i\ \|} = \frac{5}{2}$ ❖ $\|\ (-1+2i)^4\ \|=\|\ -1+2i\ \|^4 = (\sqrt{5})^4 = 25$	15 د 15 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

توظيف طويلة عدد مركب لتعيين مجموعة نقط :

تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z :

❶ $|z+1+2i|=|z-4|$ ❷ $|z-3i|=2$ ❸ $|2z-i|=2$

25 د

عمدة عدد مركب غير معدوم :

نشاط:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

z عدد مركب حيث : $z=\sqrt{3}+i$ و M صورته .

❶ احسب $|z|$ ثم استنتج $\cos(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$ و $\sin(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

❷ استنتج قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

15 د

مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

بناء المفاهيم:

تعريف:

z عدد مركب غير معدوم حيث : $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$

لتكن M صورة z .

نسمي عمدة العدد المركب z كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

و نرمز لها : $arg(z)$

15 د

ملاحظات:

❖ كل عدد مركب غير معدوم له عدد غير منته من العمد

أي : إذا كانت θ عمدة لـ z فإن $\theta+2k\pi$ عمدة له .

❖ العدد 0 ليس له عمدة لأن صورته هي مبدء المعلم و الزاوية $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO})$ غير معروفة .

❖ A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب .

$(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA})$ أي : $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=arg(z_B)-arg(z_A)$

❖ $arg(z_B-z_A)=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$

تمرين تطبيقي : عين عمدة للأعداد المركبة التالية :

① $z_A=1+\sqrt{3}i$ ② $z_B=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $z_C=1-i$

④ $z_D=-3i$ ⑤ $z_E=6$

ـ استنتج قيسا بالراديان لكل من الزاويتين الموجهتين $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ و $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$

35 د

تقويم

طريقة: إذا كانت θ عمدة للعدد المركب z مع: $z=x+iy$ و $z\neq 0$

فإن : $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{r}\\ \sin\theta=\dfrac{y}{r}\end{cases}$ حيث : $|z|=r$

حل التمرين 30 صفحة 146

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول الأستاذ:بلبحري كمال المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – الإنتقال من الشكل الجبري إلى المثلثي و العكس .

– سير الحصة

المراحل	التسيير(الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بطويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم . الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم : تمهيد: في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ تعلم نقطة M بإحداثياتها الديكارتية $M(x;y)$ أو بإحداثياتها القطبية $M(r;\theta)$ حيث : $OM=r$ و $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})=\theta$ نضع : $z=x+iy$ و لدينا $\cos\theta=\dfrac{x}{r}$ و $\sin\theta=\dfrac{y}{r}$ إذن : $x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$ و بالتالي : $z=r\cos\theta+ir\sin\theta$ أي: $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ تعريف: z عدد مركب غير معدوم . تسمى الكتابة : $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ بالشكل المثلثي للعدد المركب z حيث : $r=\|z\|$ و $\theta=arg(z)$ ملاحظات: ⋆ يكون عددان مركبان مكتوبان على الشكل المثلثي متساويين إذا و فقط إذا كانت لهما نفس الطويلة و عمدتان متوافقتان بترديد 2π ⋆ إذا كان $r<0$ فإن الكتابة $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ لا تمثل الشكل المثلثي . تمرين تطبيقي «①» : اكتب الشكل المثلثي للأعداد المركبة : ① $z_1=1+\sqrt{3}i$ ② $z_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $z_3=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $z_4=-\sqrt{6}+i\sqrt{2}$ تمرين تطبيقي «②» : اكتب الشكل المثلثي للعدد المركب z في كل حالة : ① $z=4(\cos(\frac{\pi}{4})-i\sin(\frac{\pi}{4}))$ ② $z=-3(\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{3}))$ ③ $z=\sqrt{5}(\sin(\frac{\pi}{6})+i\cos(\frac{\pi}{6}))$ ④ $z=-\sin(\frac{\pi}{6})+i\cos(\frac{\pi}{6})$ طريقة: نستعمل الدائرة المثلثية لاستخراج بعض العلاقات المثلثية .	15 د 25 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	حل التمرين التطبيقي «②» : ① $z=4(\cos(\frac{\pi}{4})-i\sin(\frac{\pi}{4}))=4(\cos(-\frac{\pi}{4})+i\sin(-\frac{\pi}{4}))$ ② $z=-3(\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{3}))=3(-\cos(\frac{\pi}{3})-i\sin(\frac{\pi}{3}))$ نعلم أن : $\cos(\pi+x)=-\cos(x)$ و $\sin(\pi+x)=-\sin(x)$ إذن : $z=3(\cos(\pi+\frac{\pi}{3})+i\sin(\pi+\frac{\pi}{3}))=3(\cos(\frac{4\pi}{3})+i\sin(\frac{4\pi}{3}))$ ③ $z=\sqrt{5}(\sin(\frac{\pi}{6})+i\cos(\frac{\pi}{6}))$ نعلم أن : $\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(x)$ و $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos(x)$ إذن : $z=\sqrt{5}(\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6})+i\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}))=\sqrt{5}(\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{3}))$ ④ $z=-\sin(\frac{\pi}{6})+i\cos(\frac{\pi}{6})$ نعلم أن : $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin(x)$ و $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos(x)$ إذن : $z=\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6})+i\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6})=\cos(\frac{2\pi}{3})+i\sin(\frac{2\pi}{3})$ تمرين تطبيقي «③» : اكتب على الشكل الجبري للعدد المركب z : $z=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{4})+i\sin(\frac{5\pi}{4})\right)$ حل التمرين التطبيقي «③» : $z=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{4})+i\sin(\frac{5\pi}{4})\right)=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\pi+\frac{\pi}{4})+i\sin(\pi+\frac{\pi}{4})\right)$ و منه : $z=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$	20 د	
تقويم	حل التمرين 45 صفحة 147		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول | الأستاذ: بلبحري كمال | المادة : رياضيات

المستوى والشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص العمدة لحل مسائل .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم . خواص عمدة عدد مركب غير معدوم : خواص: z و z' عددان مركبان غير معدومين . ❖ $arg(z.z') = arg(z) + arg(z')$ ❖ $arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z')$ ❖ $arg(z^n) = narg(z)$ مع: $n \in \mathbb{N}^*$ ❖ $arg(\overline{z}) = -arg(z)$ مع : $\overline{z}$ هو مرافق العدد المركب z	10 د	
	البرهان : نتيجة: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ A ، B و C ثلاث نقط لواحقها z_A ، z_B و z_C على الترتيب . $arg\left(\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB}) - (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$ تمرين تطبيقي «①» : z_1 و z_2 عددين مركبين حيث : $z_1 = 1 + i$ و $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ① اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي . ② اكتب $\dfrac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي . ③ استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ تمرين تطبيقي «②» : z عدد مركب حيث : $z = 1 - i$ ① عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z^n عددا حقيقيا . ② عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z^n عددا تخيليا صرفا .	20 د	
	طريقة: z عدد مركب غير معدوم و n عدد طبيعي . ✍ z^n حقيقي معناه : $arg(z^n) = k\pi$ مع: $k \in \mathbb{Z}$ ✍ z^n تخيلي صرف معناه : $arg(z^n) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ مع: $k \in \mathbb{Z}$	10 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم تقويم	توظيف خواص العمدة لتعيين مجموعة نقط : تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z : ① $arg(z-2i)=\frac{\pi}{3}+2k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ ② $arg(z-1-i)=\frac{\pi}{4}+k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ ③ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ ④ $arg(z)=arg(\overline{z})$ حل التمرين التطبيقي : ① $arg(z-2i)=\frac{\pi}{3}+2k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ لتكن A نقطة من المستوي لاحقتها $z_A=2i$ ومنه : مجموعة النقط M هي نصف مستقيم $[AM)$ ما عدا النقطة A حيث : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{AM})=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ حالات خاصة : ⋆ $arg(z)=2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Ox)$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=\pi+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Ox')$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Oy)$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Oy')$ ما عدا النقطة O ② $arg(z-1-i)=\frac{\pi}{4}+k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ لتكن B نقطة من المستوي لاحقتها $z_B=1+i$ ومنه : مجموعة النقط M هي مستقيم (BM) ما عدا النقطة B حيث : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{BM})=\frac{\pi}{4}$ حالة خاصة : ⋆ $arg(z)=\frac{\pi}{4}+k\pi$: M هي المنصف الأول باستثناء النقطة O . ③ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi \; ; \; k\in\mathbb{Z}$ لتكن A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A=i$ و $z_B=1+i$ ومنه : مجموعة النقط M هي دائرة قطرها $[AB]$ ما عدا النقطتين A و B . حالة خاصة : ⋆ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف دائرة قطرها $[AB]$ ما عدا النقطتين A و B . ④ $arg(z)=arg(\overline{z})$ أي : $arg(z)=-arg(z)$ ومنه: $2arg(z)=0+2k\pi$ ومنه : $arg(z)=k\pi$ أي : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})=k\pi$ ومنه : مجموعة النقط M هي حامل محور الفواصل (xx') ما عدا المبدأ O . حل التمرين 46 صفحة 147 حل التمرين 121و123صفحة 154	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: - الإنتقال من الشكل الجبري إلى الأسي و العكس .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم . **نشاط:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ z_0 عدد مركب طويلته 1 و لتكن θ عمدة له إذن : $z_0=\cos\theta+i\sin\theta$ لتكن f الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي θ العدد المركب z_0 أي: $f(\theta)=\cos\theta+i\sin\theta$ ① احسب $f(\theta+\theta')$ و $f(\theta).f(\theta')$ حيث : θ و θ' عددان حقيقيان . **إرشاد** : استخدم دستوري الجمع $\cos(\theta+\theta')=\cos\theta.\cos\theta'-\sin\theta.\sin\theta'$ و $\sin(\theta+\theta')=\sin\theta.\cos\theta'+\sin\theta'.\cos\theta$ ② ماذا تستنتج ؟	5 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	تعريف: (ترميز أولر) نضع : $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ هذا الترميز يسمى ترميز أولر . حيث : $e^{i\theta}$ عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له . **الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم :** **تعريف:** العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له . يكتب : $\boxed{z=re^{i\theta}}$ هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z .	10 د	
	مثال: $z=1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ **تمرين تطبيقي «①» :** عين الشكل الأسي للأعداد المركبة : ① $z_1=-3-3i$ ② $z_2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $z_3=2i$ ④ $z_4=-3$ **تمرين تطبيقي «②» :** اكتب الشكل الجبري العدد المركب z في كل حالة : ① $z=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ② $z=6e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ③ $z=3e^{-i\frac{\pi}{2}}$	15 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

خواص: θ و θ' عددان حقيقيان .

❖ $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}.e^{i\theta'}$ ❖ $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$ ❖ $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$

مثال :

z_1 و z_2 عددين مركبين حيث : $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{2}}$ و $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

لدينا : $\frac{z_1}{z_2} = \frac{4e^{i\frac{\pi}{2}}}{2e^{i\frac{\pi}{3}}} = 2e^{i(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})} = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

دستور موافر :

z عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له . من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا :

$(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ أي : $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

15 د

تمرين تطبيقي : باستعمال دستور موافر اكتب على الشكل الأسي العدد المركب z حيث : $z = (1-i)^8$

توظيف الشكل الأسي لتعيين مجموعة نقط :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي .

M_0 نقطة لاحقتها العدد المركب z_0 .

◗ مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z حيث : $z = z_0 + re^{i\theta}$ هي :

① دائرة مركزها M_0 و نصف قطرها r من أجل : r ثابت و θ متغير .

② نصف مستقيم $[M_0M)$ ما عدا النقطة M_0 حيث $(\vec{u};\overrightarrow{M_0M}) = \theta$ من أجل : r متغير و θ ثابت.

15 د

تقويم:

تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z :

① $z = 1+i+2e^{i\theta}$; $\theta \in \mathbb{R}$ ② $z = 1+i+2e^{i\theta}$; $\theta \in]0;\pi]$

③ $z = 2-2i+re^{i\frac{\pi}{3}}$; $r \in \mathbb{R}_+^*$

حل التمرين التطبيقي:

① دائرة مركزها C ذات اللاحقة $z_C = 1+i$ و نصف قطرها 2 .

② M تمسح نصف الدائرة التي قطرها $[AB]$ حيث : A و B نقطتان من المستوي لاحقتيهما $z_C - r$ و $z_C + r$.

③ نصف المستقيم $[DM)$ حيث : $(\vec{u};\overrightarrow{DM}) = \frac{\pi}{3}$ مع : D نقطة لاحقتها $z_D = 2-2i$.

حل التمرين 54 و55 صفحة 147

حل التمرين 131 و132 صفحة 155

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص الطويلة و العمدة لحل مسائل في الهندسة .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:		20 د	

⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية .

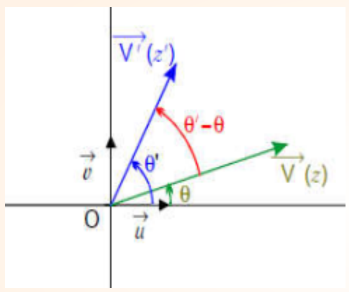
توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الهندسة:

خاصية «①»:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$ لاحقتاهما z و z' على الترتيب .

حيث : $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

و $z'=r'(\cos\theta'+i\sin\theta')$



⋆ $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})=arg(z)=\theta$ و $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})=arg(z')=\theta'$

⋆ $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'})=(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{u})+(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})=(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})-(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})$

إذن : $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'})=arg(z')-arg(z)=\theta'-\theta$

خاصية «②»:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ النقط A ، B ، C و D لواحقها z_A ، z_B ، z_C و z_D على الترتيب .

- $\frac{AB}{CD}=\frac{|z_B-z_A|}{|z_D-z_C|}=|\frac{z_B-z_A}{z_D-z_C}|$
- $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{OI})=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{CD})=arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right)$

إذن : $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB})=arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right)$

نتائج:

⋆ تكون النقط A ، B و C في استقامية إذا كان العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ حقيقيا .

⋆ يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين إذا كان العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ تخيليا صرفا .

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم: تقويم	**تمرين تطبيقي:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ النقط A ، B ، C و D لواحقها $z_A=-i\sqrt{3}$ ، $z_B=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_C=-3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ على الترتيب . ❶ اكتب على الشكل الجبري ثم الأسي العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$. ❷ أعط تفسيرا هندسيا لطويلة و عمدة العدد المركب : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ❸ ما هي طبيعة المثلث ABC ❹ بين أن النقط A ، B و D على استقامة واحدة . **حل التمرين التطبيقي:** ❶ لدينا : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و عليه : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ❷ • $\left\|\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\|=\frac{\|z_B-z_A\|}{\|z_C-z_A\|}=\frac{AB}{AC}$ • $arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AC})=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$ ❸ طبيعة المثلث ABC : لدينا : $\frac{AB}{AC}=1$ أي : $AB=AC$ و $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=-\frac{\pi}{3}$ إذن : المثلث ABC متقايس الأضلاع . ❹ تبيان أن النقط A ، B و D على استقامة واحدة : $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=2$ أي : $z_B-z_A=2(z_D-z_A)$ أي : $z_{\overrightarrow{AB}}=2z_{\overrightarrow{AD}}$ إذن : النقط A ، B و D على استقامة واحدة . حل التمرين 116 صفحة 153	40 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات
المستوى والشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة
الكفاءات المستهدفة: – حل معادلات من الدرجة الثانية – حل معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . **الجذران التربيعيان لعدد مركب :** **تعريف:** z عدد مركب غير معدوم . الجذر التربيعي للعدد المركب z هو العدد المركب w حيث : $z = w^2$ **مثال:** ◆ $(3i)^2 = -9$ و $(-3i)^2 = -9$ أي : الجذران التربيعيان للعدد -9 هما : $-3i$ و $3i$ ◆ $(i\sqrt{5})^2 = -5$ و $(-i\sqrt{5})^2 = -5$ أي : الجذران التربيعيان للعدد -5 هما : $-i\sqrt{5}$ و $i\sqrt{5}$ ◆ الجذران التربيعيان للعدد $3-4i$ هما : $2-i$ و $-2+i$ **ملاحظة:** كل عدد مركب غير معدوم يقبل جذرين تربيعيين متناظرين . **البحث عن الجذرين التربيعيين لعدد مركب :** $z = a+ib$ عدد مركب و $w = x+iy$ جذر تربيعي له أي : $w^2 = z$ $w^2 = z$ معناه : $\begin{cases} \lvert w^2\rvert = \lvert z\rvert \\ Re(w^2) = Re(z) \\ Im(w^2) = Im(z) \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} x^2+y^2 = \sqrt{a^2+b^2} \\ x^2-y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$ **تمرين تطبيقي :** جد الجذور التربيعية للأعداد المركبة التالية : $4 \;;\; 2i \;;\; -8+6i$ **طريقة :** ◆ الجذور التربيعية للعدد $-8+6i$ يعني حل المعادلة $w^2 = -8+6i$ مع: $w = x+iy$ **ملاحظة:** ◆ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 = z_0$ يعني : تعيين الجذرين التربيعيين للعدد z_0	20 د 25 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

المعادلات من الدرجة الثانية بمعاملات حقيقية :

مبرهنة: لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z : $az^2+bz+c=0$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية و $a \neq 0$.

لدينا $\Delta = b^2-4ac$ مميز هذه المعادلة .

- ♦ إذا كان $\Delta = 0$: المعادلة تقبل حلا مضاعفا $z_0 = \dfrac{-b}{2a}$

15 د

- ♦ إذا كان $\Delta > 0$: المعادلة تقبل حلين حقيقيين مختلفين هما :

$$z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

بناء المفاهيم:

- ♦ إذا كان $\Delta < 0$: المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما :

$$z_1 = \frac{-b-w}{2a} \text{ و } z_2 = \frac{-b+w}{2a}$$

حيث : w جذر تربيعي لـ Δ

25 د

تمرين تطبيقي : حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية :

① $z^2-z+1=0$ ② $z^2-2z+3=0$

معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية :

تمرين تطبيقي : نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) التالية :

$$z^3-3z^2+5z-3=0$$

① تحقق أن العدد 1 هو حل للمعادلة (E)

② عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد مركب z :

$$z^3-3z^2+5z-3=(z-1)(z^2+az+b)$$

③ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

35 د

تقويم

حل التمرين 56و 60و 61 صفحة 148

حل التمرين 146و 151صفحة 157

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ:بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – تعيين الكتابة المركبة للتحويلات النقطية (انسحاب ، تحاكي ، دوران) .

– التعرف عن تحويل انطلاقا من الكتابة المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير(الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . الانسحاب: **تعريف:** الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}$ هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$ **خواص:** • صورة ثنائية $(A;B)$ بالانسحاب هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ • الانسحاب تقايس . **الأعداد المركبة والانسحاب:** في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ **نشاط:** نعتبر الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}$ ذو اللاحقة العدد المركب b لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالانسحاب . ❶ عين لاحقة الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ ❷ اكتب z' بدلالة z **خاصية:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = z + b$ (b عدد مركب) هو انسحاب شعاعه $\overrightarrow{u}$ صورة b **مثال «①» :** ⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = z + 1 - i$ هو : انسحاب شعاعه $\overrightarrow{u}(1;-1)$ **مثال «②» :** ⋆ العبارة المركبة للانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}(2;3)$ هي : $z' = z + 2 + 3i$ حل التمرين 70و71صفحة 149	20 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

التحاكي:

تعريف: Ω نقطة ثابتة و k عدد حقيقي غير معدوم .
التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{\Omega M'} = k.\overrightarrow{\Omega M}$
مع: $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$

خواص:

- صورة ثنائية $(A;B)$ بالتحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$
- صورة دائرة (C) مركزها w و نصف قطرها r بواسطة تحاكي h نسبته k هي : دائرة (C') مركزها $w' = h(w)$ و نصف قطرها $r' = \mid k \mid .r$.
- إذا كانت M' صورة M بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته k فإن النقط M ، M' و O في استقامية .
- نلاحظ أنه إذا كان $|k| \neq 1$ فإن: $A'B' \neq AB$ إذن : التحاكي ليس تقايسا .
- صورة شكل هندسي مساحته S بتحاك نسبته k هو شكل هندسي مساحته S' حيث : $S' = k^2.S$

المدة: 15 د

الأعداد المركبة والتحاكي:

في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

المرحلة: بناء المفاهيم:

نشاط:

نعتبر التحاكي h الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و نسبته k مع: $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$
لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالتحاكي h .

❶ عين لاحقة الشعاع $\overrightarrow{\Omega M'}$ و لاحقة $\overrightarrow{\Omega M}$

❷ اكتب z' بدلالة z

المدة: 10 د

خاصية «①»:

التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = az + b$ مع : a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 و b عدد مركب
هو التحاكي الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$ و نسبته a

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

خاصية «②»:

a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 ، Ω نقطة ثابتة من المستوي لاحقتها z_Ω .
M نقطة لاحقتها z و M' لاحقتها z'
العبارة المختصرة للتحاكي الذي مركزه Ω و نسبته a و الذي يحول M إلى M' هي :

$$z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$$

ملاحظة :

$z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$ معناه : $z' = az + (1-a)z_\Omega$ معناه : $z' = az + b$

مثال «①» : (15 د)

⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = -\frac{1}{2}z + 1 - i$

هو : تحاكي نسبته $-\frac{1}{2}$ و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{1-i}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}i$

إذن : $\Omega(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3})$

مثال «②» :

⋆ العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 1 - i$ و نسبته 2
هي : $z' = 2z + b$ و منه : $z' = 2z - 1 + i$ $\quad (\ b = z_\Omega(1-a)\ )$

مثال «③» :

بناء المفاهيم:

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = i$ و $z_B = 2 + i$ على الترتيب .
⋆ لنعين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{3}$:
لدينا : $h(B) = B'$ معناه : $z_{B'} - z_A = \sqrt{3}(z_B - z_A)$
و منه : $z_{B'} = \sqrt{3}(z_B - z_A) + z_A$
إذن : $z_{B'} = \sqrt{3}(2 + i - i) + i = 2\sqrt{3} + i$

تمرين تطبيقي : (15 د)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$
A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = i$ ، $z_B = 3 - 2i$ و $z_C = -1 + 2i$
على الترتيب .

① أعط العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه A و يحول B إلى C
② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالتحاكي h
③ عين (C) مجموعة انقط M ذات اللاحقة z حيث :

$$z = 3 + i + 2\sqrt{2}e^{i\theta} \qquad \text{مع : } \theta \in \mathbb{R}$$

④ عين صورة (C) بالتحاكي h

حل التمرين 79و 82 صفحة 150
حل التمرين 166و 167 صفحة 160

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>بناء المفاهيم</td><td>

الدوران:

تعريف: Ω نقطة ثابتة و θ عدد حقيقي .
الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة Ω بنفسها و يرفق بكل نقطة M من المستوي تختلف عن النقطة Ω النقطة M' من المستوي حيث : $\Omega M = \Omega M'$ و $(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}) = \theta$

خواص:
- صورة كل ثنائية $(A;B)$ بالدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $A'B' = AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'B'}) = \theta$
- صورة دائرة (C) مركزها w و نصف قطرها r بواسطة دوران R هي : دائرة (C') مركزها $w' = R(w)$ و نصف قطرها r .
- الدوران تقايس .
- الدوران الذي مركزه Ω و زاويته غير معدومة له نقطة صامدة وحيدة هي Ω

الأعداد المركبة والدوران:
في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نشاط:
نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و زاويته θ مع: $\theta \in \mathbb{R}$
لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالدوران R .

❶ عين طويلة و عمدة العدد المركب $a = \dfrac{z' - z_\Omega}{z - z_\Omega}$ ثم اكتبه على الشكل الأسي .

❷ اكتب z' بدلالة z

خاصية «①»:
التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = az + b$ مع : a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 و b عدد مركب هو الدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$ و زاويته $arg(a)$

</td><td>20 د</td><td></td></tr>
</table>

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

خاصية «②»:

a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 ، Ω نقطة ثابتة من المستوي لاحقتها z_Ω .
M نقطة لاحقتها z و M' لاحقتها z'
العبارة المختصرة للدوران الذي مركزه Ω و زاويته $arg(a)$ و الذي يحول النقطة M إلى M'
هي : $z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$ حيث : $a = e^{i\theta}$

ملاحظة :

$z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$ معناه : $z' = az + (1-a)z_\Omega$ معناه : $z' = az + b$

بناء المفاهيم:

مثال «①» :

⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = iz + 2 - i$

هو : دوران زاويته $arg(i) = \frac{\pi}{2}$ و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{2-i}{1-i} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

10 د

مثال «②» :

⋆ العبارة المركبة للدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$

هي : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + b$ و منه : $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - i$ ($b = z_w(1-a)$)

(يمكن استعمال العبارة المختصرة للحصول علي المطلوب)

مثال «③» :

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 1 - 2i$ و $z_B = 4 + 2i$ على الترتيب .

⋆ لنعين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$:

لدينا : $R(B) = B'$ معناه : $z_{B'} - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$

و منه : $z_{B'} = i(z_B - z_A) + z_A$

إذن : $z_{B'} = i(4 + 2i - 1 + 2i) + 1 - 2i = -3 + i$

تمرين تطبيقي :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -1 + 2i$ على الترتيب .

① أعط العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه O و يحول A إلى B

② استنتج طبيعة المثلث ABO

15 د

② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالدوران R

③ عين (C) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث :

$z = 2 + i + 2e^{i\theta}$　　مع: $\theta \in \mathbb{R}$

تقويم

④ عين صورة (C) بالدوران R

حل التمرين 80و 83 صفحة 150

حل التمرين 162و 163 صفحة 159

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات ، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	تطبيقات : **تمرين تطبيقي :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. 1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $$(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$$ 2 علّم النقط A,B,C,D ذات اللواحق على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=3+2\sqrt{3}i$ ، $z_D=\overline{z_C}$. 3 بين أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات الاحقة $Z_\Omega=3$. 4 لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى O . a بين أن $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث BEC . b عين طبيعة التحويل T الذي يحول E إلى C و عناصره المميزة . 5 ليكن h التحاكي الذي مركزه R ذو اللاحقة $z_w=-3$ و نسبته 2 . a أعط العبارة المركبة للتحاكي h . b احسب مساحة صورة الدائرة (C) بالتحاكي h .	60 د	
تقويم	حل التمرين الثاني بكالوريا 2010 ع ت الموضوع الثاني		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

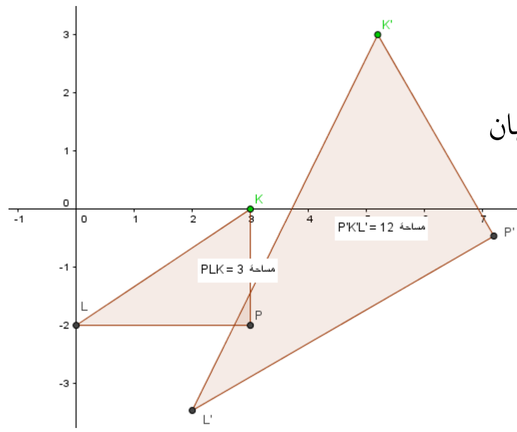
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: − التعرف على التشابه المباشر و عناصره المميزة .

− سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . مناقشة النشاط 01 صفحة 164: 1. تعيين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل (S) : $M(x;y)$ صورتها $M'(x';y')$ بالتحويل (S) حيث : $\begin{cases} x' = x\sqrt{3} - y \\ y' = x + y\sqrt{3} \end{cases} \dots (\bigstar)$ M صامدة معناه : $x = x'$ و $y = y'$ بالتعويض في $(\bigstar)$ نجد : $\begin{cases} x = x\sqrt{3} - y \\ y = x + y\sqrt{3} \end{cases}$ إذن: $(x;y) = (0;0)$ و بالتالي : مجموعة النقط الصامدة هي مبدء المعلم O 2. إثبات أن $A'B' = 2AB$: لدينا : $S(A) = A'$ أي : $\begin{cases} x_{A'} = x_A\sqrt{3} - y_A \\ y_{A'} = x_A + y_A\sqrt{3} \end{cases}$ و لدينا : $S(B) = B'$ أي : $\begin{cases} x_{B'} = x_B\sqrt{3} - y_B \\ y_{B'} = x_B + y_B\sqrt{3} \end{cases}$ بعد التعويض و الحساب نجد: $A'B' = 2AB$ 3. إثبات أن $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB}{CD}$: لدينا : $S(A) = A'$ و $S(B) = B'$ معناه : $A'B' = 2AB$ و لدينا : $S(C) = C'$ و $S(D) = D'$ معناه : $C'D' = 2CD$ إذن : $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB}{CD}$ 4. كتابة z' بدلالة z : نضع : $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ و منه : $x' + iy' = (x\sqrt{3} - y) + i(x + y\sqrt{3}) = x(\sqrt{3} + i) - y(1 - i\sqrt{3})$ $= x(\sqrt{3} + i) + iy(\sqrt{3} + i) = (x + iy)(\sqrt{3} + i)$ إذن : $z' = (\sqrt{3} + i)z$ 5. تعيين طبيعة المثلثين PKL و $P'K'L'$: $S(P) = P'$ أي : $z_{P'} = (\sqrt{3} + i)z_P$ إذن : $z_{P'} = 2 + 3\sqrt{3} + i(3 - 2\sqrt{3})$ $S(K) = K'$ أي : $z_{K'} = (\sqrt{3} + i)z_K$ إذن : $z_{K'} = 3\sqrt{3} + 3i$ $S(L) = L'$ أي : $z_{L'} = (\sqrt{3} + i)z_L$ إذن : $z_{L'} = 2 - 2i\sqrt{3}$	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات



الثلثان PKL و $P'K'L'$ قائمان و متشابهان حيث نسبة التشابه هي 2 .

لدينا : $S_{PKL} = \dfrac{PK.PL}{2} = 3$

و منه ينتج : $S_{P'K'L'} = 4S_{PKL} == 12$

بناء المفاهيم:

التشابه المباشر: (15 د)

في كل مايلي المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$

تعريف:
التشابه المباشر هو كل تحويل نقطي في المستوي يحافظ على نسب المسافات و على الزوايا الموجهة .

العناصر المميزة لتشابه مباشر:

نتيجة:
لتكن A ، B ، C و D نقط متمايزة مثنى مثنى من المستوي و A' ، B' ، C' و D' صورها على الترتيب بالتحويل S
يكون التحويل النقطي S تشابها مباشرا للمستوي إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي موجب تماما k حيث :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{C'D'}{CD} = k \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'B'}) = (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{C'D'})$$

- يسمى العدد الحقيقي k : نسبة التشابه المباشر
- تسمى θ : زاوية التشابه المباشر
- التشابه المباشر يقبل نقطة صامدة وحيدة تسمى Ω : مركز التشابه المباشر

تمرين تطبيقي : (25 د)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$
$ABCD$ مربع مباشر طول ضلعه 1 و مركزه O حيث : $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = \dfrac{\pi}{2}$

① عين الخصائص المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى O
② عين النسبة و الزاوية للتشابه المباشر S' الذي يحول B إلى O و A إلى D

حل مختصر :

① $S(B) = O$ معناه : $AO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO}) = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi\,;\, k \in \mathbb{Z}$.

② $OD = \dfrac{\sqrt{2}}{2}BA$ و $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{OD}) = -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi\,;\, k \in \mathbb{Z}$.

تقويم

حل التمرين 10 و 12 صفحة 179

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: - التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . **التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة :** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ S تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ لتكن O' ذات اللاحقة b صورة مبدأ المعلم O بالتشابه المباشر S من أجل كل نقطة M لاحقتها z تختلف عن O فإن M' ذات اللاحقة z' صورة M بالتشابه S تحقق : $\begin{cases} O'M' = k.OM...(1) \\ (\overrightarrow{OM};\overrightarrow{O'M'}) = \theta...(2) \end{cases}$ من (1) لدينا : $\|z'-b\| = k\|z\|$ من (2) لدينا: $arg\left(\dfrac{z'-b}{z-0}\right) = \theta$ و عليه : $\begin{cases} \|z'-b\| = k\|z\| \\ arg(z'-b) - arg(z) = \theta \end{cases}$ و تكافيء : $\begin{cases} \|z'-b\| = k\|z\| \\ arg(z'-b) = arg(z) + \theta \end{cases}$ تكافيء : $z'-b = a.z$: حيث $\|a\| = k$ و $arg(a) = \theta$ أي : $a = ke^{i\theta}$ و عليه : $z'-b = ke^{i\theta}.z$: إذن : $z' = ke^{i\theta}.z + b$ إذن : التشابه المباشر S الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' بحيث : $z' = ke^{i\theta}.z + b$ **خاصية «①»:** كل تشابه مباشر من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل : $z' = az + b$ حيث : a و b عددان مركبان و $a \neq 0$ **خاصية «②»:** ليكن S تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ و مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω . M نقطة لاحقتها z صورتها بالتشابه المباشر S هي M' لاحقتها z' حيث : $z' = ke^{i\theta}.z + b$ لكن : $z_\Omega = ke^{i\theta}.z_\Omega + b$ و بالطرح نجد : $z' - z_\Omega = ke^{i\theta}(z - z_\Omega)$ و هي العبارة المختصرة للتشابه المباشر S الذي مركزه Ω و نسبته k و زاويته θ	10 د 10 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

المرحلة: بناء المفاهيم

ملاحظة :

لا توجد تشابهات أخرى كتابتها المركبة تختلف عن $z' = az + b$

مع : $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$

مثال «①» :

⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = (1-i)z + 2 - i$

هو : تشابه مباشر نسبته $k = |1-i| = \sqrt{2}$ و زاويته $arg(1-i) = -\frac{\pi}{4}$

و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{2-i}{1-1+i} = -1-2i$

مثال «②» :

⋆ العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه w ذات اللاحقة $z_w = 3 - i\sqrt{3}$

و نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

هي : $z' = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}z + b$ و منه : $z' = i\sqrt{3}z - 4\sqrt{3}i$ ($b = z_w(1-a)$)

(يمكن استعمال العبارة المختصرة للحصول على المطلوب)

المدة: 15 د

مثال «③» :

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 5 + 3i$ و $z_B = 5 - 3i$ على الترتيب .

⋆ لنعين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتشابه المباشر S الذي مركزه B

و نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$:

لدينا : $S(A) = A'$ معناه : $z_{A'} - z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_A - z_B)$

و منه : $z_{A'} = (-1+i)(z_A - z_B) + z_B$

إذن : $z_{A'} = (-1+i)(5+3i-5+3i) + 5 - 3i = -1 - 9i$

تمرين تطبيقي :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = 4 + i\sqrt{3}$

على الترتيب .

① أعط العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى C

② استنتج طبيعة المثلث ABC

② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالتشابه المباشر S

③ عين (C) مجموعة انقط M ذات اللاحقة z حيث :

$$z = 2 + i + 2e^{i\theta} \qquad \text{مع : } \theta \in \mathbb{R}$$

④ عين صورة (C) بالتشابه المباشر S

المدة: 25 د

المرحلة: تقويم

حل التمرين 15و 16 صفحة 179

حل التمرين43 صفحة 183

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة
الكفاءات المستهدفة: – تعيين التحليل القانوني للتشابه المباشر بالأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالعبارة المركبة للتحويلات النقطية المألوفة . التحليل القانوني للتشابه المباشر : في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ليكن h التحاكي الذي نسبته k و مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . و R الدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و زاويته θ و الذي يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' . $M \xrightarrow{h} M_1 \xrightarrow{R} M'$ أي : M' هي صورة M بالتحويل النقطي $R\circ h$ $h(M)=M_1$ معناه : $z_1-z_\Omega=k(z-z_\Omega)$ و $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_\Omega=e^{i\theta}(z_1-z_\Omega)$ و عليه : $R\circ h(M)=M'$ معناه : $z'-z_\Omega=ke^{i\theta}(z-z_\Omega)$ إذن $R\circ h=S$ معناه : مركب تحاكي و دوران هو تشابه مباشر . ـ بنفس الطريقة نثبت أن : $h\circ R=S$ خاصية: S تشابه مباشر نسبته k ($k\in\mathbb{R}_+^*$) و زاويته θ ($\theta\in\mathbb{R}$) • إذا كان $k=1$ و $\theta=0$ التشابه المباشر S انسحاب . • في الحالات الأخرى S يقبل نقطة صامدة وحيدة Ω لاحقتها z_Ω و : $S=R\circ h=h\circ R$ حيث : h التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ	10 د	
	مثال : ⋆ H تحاكي مركزه w ذات اللاحقة $z_w=i$ و نسبته 3 و يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . ⋆ R دوران مركزه w و زاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' .	10 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	ـ لنعين طبيعة التحويل $R\circ H$ و عناصره المميزة : $H(M)=M_1$ معناه : $z_1-z_w=3(z-z_w)$ أي : $z_1=3z-2i$ $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_w=e^{i\frac{\pi}{2}}(z_1-z_w)$ أي : $z'=iz_1+1+i$ و عليه M' هي صورة M بالتحويل $R\circ H$ إذن : $R\circ H(M)=M'$ معناه : $z'=i(3z-2i)+1+i$ أي : $z'=3iz+3+i$ و بالتالي : $R\circ H$ تشابه مباشر نسبته 3 و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه w .	5 د	
	تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2012 ر بتصرف) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$ ① بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها . ② نرمز بـ z_E إلى لاحقة النقطة E نظيرة النقطة B بالنسبة إلى المبدأ O ⓐ بين أن : $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ⓑ بين أن النقطة A هي صورة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين زاويته . ⓒ استنتج طبيعة المثلث AEC ③ H هو التحاكي الذي مركزه O و نسبته 2 ⓐ عين طبيعة التحويل $R\circ H$ و عناصره المميزة . ⓑ استنتج صورة الدائرة (γ) بالتحويل $R\circ H$	35 د	
تقويم	**حل مختصر :** ① $OA=OB=OC=OD=2$. ② • لدينا : $z_E=-z_B$ و عليه : $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ • $z_A-z_C=(z_E-z_C)e^{i\frac{\pi}{3}}$ إذن : A هي صورة E بالدوران R الّذي مركزه C و زاويته $-\frac{\pi}{3}$. • لدينا $CE=CA$ و $(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CA})=-\frac{\pi}{3}$ المثلث AEC متقايس الأضلاع . ③ • $H(M)=M_1$ معناه : $z_1=2z$ $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_c=e^{i(-\frac{\pi}{3})}(z_1-z_c)$ و عليه : $z'=2e^{i(-\frac{\pi}{3})}z+\sqrt{3}-i$. إذن : $R\circ H$ هو تشابه مباشر نسبته 2 و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ و مركزه Ω حيث : $z_\Omega=\frac{-\sqrt{3}-3i}{3}$ أي : $\Omega(\frac{-\sqrt{3}}{3};-1)$. • لدينا : $H(\gamma(0;2))=(\gamma_1)(0;4)$ و $R(\gamma_1)=(\gamma')(O';4)$ حيث : $O'=R(O)$ و منه : $z_{O'}-z_c=e^{i(-\frac{\pi}{3})}(z_O-z_c)$ وعليه نجد : $z_{O'}=\sqrt{3}-i$. حل التمرين الثاني بكالوريا 2013 رياضي الموضوع الثاني		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول	الأستاذ: بلبحري كمال	المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: - تركيب تشابهين مباشرين .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالعبارة المركبة للتشابه المباشر . في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ **تركيب تشابهين مباشرين :** ليكن S_1 التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . و S_2 التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' . $M \xrightarrow{S_1} M_1 \xrightarrow{S_2} M'$ أي : M' هي صورة M بالتحويل النقطي $S_2\circ S_1$ $S_1(M)=M_1$ معناه : $z_1=a_1z+b_1$ و $S_2(M_1)=M'$ معناه : $z'=a_2z_1+b_2$ و عليه : $S_2\circ S_1(M)=M'$ معناه : $z'=a_2(a_1z+b_1)+b_2=a_1.a_2z+a_2b_1+b_2$ نضع : $a=a_1.a_2$ و $b=a_2b_1+b_2$ إذن : $z'=az+b$ مع: $a\in\mathbb{C}^*$ و $b\in\mathbb{C}$ و بالتالي : $S_2\circ S_1$ تشابه مباشر . حيث : نسبته $k=\|a\|=\|a_1.a_2\|=\|a_1\|\times\|a_2\|$ و زاويته $\theta=arg(a_1.a_2)=arg(a_1)+arg(a_2)$ **ملاحظة :** $S_2\circ S_1=S_1\circ S_2$ **خاصية:** تركيب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر نسبته جداء النسبتين و زاويته مجموع الزاويتين .	15 د	
	مثال : ⋆ S_1 تشابه مباشر مركزه A ذات اللاحقة $z_A=1-i$ و نسبته 3 و زاويته $\frac{\pi}{4}$ ⋆ S_2 تشابه مباشر مركزه A ذات اللاحقة $z_A=1-i$ و نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن : $S_1\circ S_2$ هو تشابه مباشر مركزه A و نسبته $k=3\times2=6$ و زاويته $\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{4}$ **تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2011 بتصرف)** T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث : $z'=(-1+i)z+1-3i$ ① عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة . ② استنتج طبيعة التحويل $T\circ T$ و عناصره المميزة .	15 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**التشابه المباشر ونقط المستوي :** **خاصية:** إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط حيث $A \neq B$ و $A' \neq B'$ فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يحول A إلى A' و يحول B إلى B' . **البرهان :** ليكن S تشابها مباشرا كتابته المركبة $z' = az + b$ مع $a \neq 0$ z_A ، z_B ، $z_{A'}$ و $z_{B'}$ لواحق A ، B ، A' و B' على الترتيب . حيث : $A \neq B$ و $A' \neq B'$ $\begin{cases} S(A) = A' \\ S(B) = B' \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} z_{A'} = az_A + b \\ z_{B'} = az_B + b \end{cases}$ و بالتالي : $a = \dfrac{z_{B'} - z_{A'}}{z_B - z_A}$ و $b = z_{A'} - \dfrac{z_{B'} - z_{A'}}{z_B - z_A}.z_A$ بما أن : $A' \neq B'$ فإن $a \neq 0$ و التشابه S وحيد . **مثال :** لتكن النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب : $z_A = 1$ ، $z_B = -3 - 5i$ ، $z_C = -4 + 5i$ و $z_D = -3$ ـ لنعين التشابه المباشر الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D : ليكن S التشابه المباشر المطلوب كتابته المركبة $z' = az + b$ حيث : $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$ $\begin{cases} S(A) = B \\ S(C) = D \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_D = az_C + b \end{cases}$ أي : $\begin{cases} -3 - 5i = a + b \\ -3 = a(-4 + 5i) + b \end{cases}$ بالطرح طرف من طرف نجد : $5i = (-5 + 5i)a$ و منه : $a = \dfrac{5i}{-5 + 5i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ من المعادلة $-3 - 5i = a + b$ نجد : $b = -3 - 5i - a$ و منه : $b = -3 - 5i - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i = -\frac{7}{2} - \frac{9}{2}i$ إذن : العبارة المركبة للتشابه S هي : $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) z - \frac{7}{2} - \frac{9}{2}i$ ـ عناصره المميزة : نسبته $\|a\| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $arg(a) = -\frac{\pi}{4}$ و مركزه Ω لاحقتها $z_\Omega = -8 - i$	15 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2013 ت ر بتصرف)** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = -5 + i\sqrt{3}$ S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C و يحول O إلى B . ❖ جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S ثم عين العناصر المميزة له . حل التمرين 36 صفحة 182 حل التمرين 49 صفحة 184	15 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....