بطاقة مذكرة لتسيير حصة تعليم وتعلم

الأستاذة: بغدادي ماجدة

القسـم : 3ع تج

التاريخ: 2014-03-18

المـــدة: ساعة

ميدان التعلم: الهندسة المستوية

المحور: الأعداد المركبة.

الموضوع: التشابه المباشر

الوسائل التعليمية:

سبورة، أقلام، ممسحة.

المراجع: المنهاج ،التوزيع السنوي ،الوثيقة المرفقة،دليل الأستاذ، الكتاب المدرسي ، الجديد في الرياضيات .منتديات التعليم

المكتسبات القبلية:

- خواص التناسب.
- علاقة شال للزوايا الموجهة.
- التحويلا النقطية و الأعداد المركبة.

الكفاءات المستهدفة:

- التعرف على تشابه مباشر.
- التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة.

المراحل	المحتـــــوى	الوقت	المهارات
التهيئة	في كل ما يأتي المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ **نشاط:** (تعريف التشابه المباشر – الكتابة المركبة) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها Z النقطة M' من المستوي لاحقتها Z' حيث: $Z'=2iZ+1$ A ، B ، C ، D نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $Z_A=1+i$ ، $Z_B=1-i$ ، $Z_C=2+i$ ، $Z_D=-2+i$. **3)** عين لواحق النقط A' ، B' ، C' ، D' صور النقط ض B ، C ، D على الترتيب بالتحويل S . **4)** بين أن : $\frac{A'B'}{C'D'}=\frac{AB}{CD}$. **5)** احسب أقياس الزوايا الموجهة $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB})$ $(\overrightarrow{C'D'};\overrightarrow{A'B'})$ ،ثم قارن بينهما. **انجاز النشاط 01:**	15د	التعرف على طبيعة تحويل نقطي إنطلاقا من كتابته المركبة

التعرف على طبيعة تحويل نقطي إنطلاقا من كتابته المركبة

1. تعيين لواحق النقط A' ، B' ، C' ، D' صور النقط A ، B ، C ، D على الترتيب بالتحويل S .

لدينا: $Z' = 2iZ + 1$

- $S(A') = A$ معناه: $Z_{A'} = 2iZ_A + 1$

$$= 2i(1+i)+1$$
$$= 2i-2+1$$
$$= 2i-1$$

ومنه $\boxed{Z_{A'} = -1+2i}$

- $S(B') = B$ معناه: $Z_{B'} = 2iZ_B + 1$

$$= 2i(1-i)+1$$
$$= 2i+2+1$$
$$= 2i+3$$

ومنه $\boxed{Z_{B'} = 3+2i}$

- $S(C') = C$ معناه: $Z_{C'} = 2iZ_C + 1$

$$= 2i(2+i)+1$$
$$= 4i-2+1$$
$$= 4i-1$$

ومنه $\boxed{Z_{C'} = -1+4i}$

- $S(D') = D$ معناه: $Z_{D'} = 2iZ_D + 1$

$$= 2i(-2+i)+1$$
$$= -4i-1$$

ومنه $\boxed{Z_{D'} = -1-4i}$

2. نبين أن : $\dfrac{A'B'}{C'D'} = \dfrac{AB}{CD}$.

- حساب $\dfrac{AB}{CD}$:

$$\frac{Z_{B'} - Z_{A'}}{Z_{D'} - Z_{C'}} = \frac{3+2i+1-2i}{-1-4i+1-4i} = \frac{4}{-8i} = \frac{1}{2}i$$

ومنه $\boxed{\arg\left(\dfrac{Z_{B'} - Z_{A'}}{Z_{D'} - Z_{C'}}\right) = \dfrac{\pi}{2}}$ و $\boxed{\left|\dfrac{Z_{B'} - Z_{A'}}{Z_{D'} - Z_{C'}}\right| = \left|\dfrac{1}{2}i\right| = \dfrac{1}{2}}$

البناء

- حساب $\frac{AB}{CD}$:

$$\frac{Z_B - Z_A}{Z_D - Z_C} = \frac{1-i-1-i}{-2+i-2-i} = \frac{-2i}{-4} = \frac{1}{2}i$$

ومنه $\arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_D - Z_C}\right) = \frac{\pi}{2}$ و $\left|\frac{Z_B - Z_A}{Z_D - Z_C}\right| = \left|\frac{1}{2}i\right| = \frac{1}{2}$

3) حساب أقياس الزوايا الموجهة $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB})$ $(\overrightarrow{C'D'};\overrightarrow{A'B'})$ ثم المقارنة بينهما.

$$(\overrightarrow{C'D'};\overrightarrow{A'B'}) = \arg\left(\frac{Z_{B'} - Z_{A'}}{Z_{D'} - Z_{C'}}\right) = \arg\left(\frac{1}{2}i\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB}) = \arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_D - Z_C}\right) = \arg\left(\frac{1}{2}i\right) = \frac{\pi}{2}$$

نلاحظ أن: $(\overrightarrow{C'D'};\overrightarrow{A'B'}) = (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$

1- تعريف

القول عن تحويل نقطي S أنه تشابه مباشر يعني: أن S يحافظ على نسب المسافات وعلى الزوايا الموجهة

أي من أجل كل نقط M ، N ، P و Q ($M \neq N$ ، $P \neq Q$) من المستوي صورها : M' ، N' ، P' و Q' على الترتيب فإن:

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{P'Q'}{M'N'} \text{ و } (\overrightarrow{MN};\overrightarrow{PQ}) = (\overrightarrow{M'N'};\overrightarrow{P'Q'})$$

2- نسبة تشابه مباشر

من التناسب : $\frac{PQ}{MN} = \frac{P'Q'}{M'N'}$ نستنتج : $\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{M'N'}{MN}$ أي :

ومنه : $M'N' = kMN$

التشابه المباشر S يضرب المسافات في عدد حقيقي موجب تماما k.

العدد k يسمى نسبة التشابه المباشر S.

05د

التعرف على عناصر التشابه المباشر

05د

التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة

05د

3 - زاوية تشابه مباشر

تعريف: S تشابه مباشر من المستوي. يحافظ على الزوايا الموجهة $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{PQ})=(\overrightarrow{M'N'};\overrightarrow{P'Q'})$.

ومنه الزاوية $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{M'N'})$ تسمى زاوية التشابه المباشر S

4- الكتابة المركبة للتشابه مباشر

خاصية01:

كل تشابه مباشر من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل $z'=az+b$ **حيث** a **و** b **عددان مركبان و** $a\neq 0$

خاصية02: a **و** b **عددان مركبان و** $a\neq 0$

إذا كان S **تحويلا نقطيا من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل** $z'=az+b$ **، فإن** S **تشابه مباشر نسبته** k **وزاويته** θ **حيث:** $|a|=k$ ، $\arg(a)=\theta$.

مثال تطبيقي:

10د

S تشابه مباشرله العبارة المركبة: $Z'=(1+i)Z+2$
الذي يرفق بالنقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z'

1) ما هي نسبة S ؟
2) B نقطة لاحقتها $2i$ ،ماهي لاحقة S(B) وماذا تستنتج؟

الحل:

1) $a=1+i$ و $b=2$ ومنه نسبة التشابه S هي $|a|=\sqrt{2}$

2) لاحقةالنقطة S(B) هي $Z_B=(1+i)(2i)+2$

$=2i$

ومنه B صامدة بالتحويل S

الاستثمار

تطبيق(الموضوع الثاني "bac 2012"):

الجزء الثاني:

A ، B ، C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $Z_A = 6$ ، $Z_B = 3+i\sqrt{3}$ ، $Z_C = 3-i\sqrt{3}$.

20د

أ. أكتب كلا من Z_A ، Z_B ، Z_C على الشكل الأسي.

ب. أكتب العدد المركب $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي.

ج. استنتج طبيعة المثلث ABC.

الجزء الثالث:

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C، نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ. جد الكتابة المركبة للتشابه S.

ب. عين $Z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S

ج. بين أن النقط في استقامية

حل التطبيق:

الجزء الثاني:

A ، B ، C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $Z_A = 6$ ، $Z_B = 3+i\sqrt{3}$ ، $Z_C = 3-i\sqrt{3}$.

10د

أ. كتابة كلا من Z_A ، Z_B ، Z_C على الشكل الأسي.

$$Z_A = 6 = 6e^{i\theta} \text{ ، } Z_B = 3+i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$Z_C = 3-i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i-\frac{\pi}{6}}$$

ب. كتابة العدد المركب $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي.

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} = \frac{6-3-i\sqrt{3}}{6-3+i\sqrt{3}} = \frac{3-i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}} \cdot \frac{3-i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\left(3-i\sqrt{3}\right)^2}{3^2+3} = \frac{9-3-6i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

ج. استنتج طبيعة المثلث ABC.

توظيف الكتابة المركبة للتشابه المباشر في حل تمرين شامل للمحور

لدينا من السؤال (ب): $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

هذا يعني أن ABC **مثلث متساوي الساقين.**

طريقة2: $Z_A - Z_B = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_A - Z_C)$

3) أ- العبارة المركبة للتشابه S : $= i\sqrt{3}\,z - 4i\sqrt{3}$

ب- $z_{A'} = 2i\sqrt{3}$.

جـ- $z_A - z_{A'} = -2(z_A - z_B)$ ،إذن A ، B ، '

ملاحظات عامة حول الحصة :

10د

لتكن $z = x + iy$ ، $z' = x' + iy'$ لاحقتي النقطتين M و M' على الترتيب

ومنه:

أي $Z' = 2iz + 3 + i$

إذن f تشابه مباشر نسبته $k = |2i| = 2$ ، وزاويته

$$q = \arg(2i) = \frac{\pi}{2}$$

الكتابة المركبة : من الشكل $z' = az + b$

2) أ) $z_A = 6 = 6e^{i0}$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$

ب) $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$

جـ) $z_A - z_B = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_C)$ إذن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ (أو طريقة أخرى) . إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.