المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول -		بطاقة رقم: 45/01	الأستاذ: شدانـي عبد المالك
الحصة	هندسة	التاريخ	جانفي 2016
المحور	الأعداد المركبة	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	الشكل الجبري لعدد مركب	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة.	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية		المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**تمهيد: (مجموعات الأعداد)** المعادلة $x+1=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{N}$ و لكن حلها (-1) موجود في $\mathbb{Z}$ المعادلة $2x-1=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{Z}$ و لكن حلها $\left(\frac{1}{2}\right)$ موجود في $\mathbb{Q}$ المعادلة $x^2-2=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{Q}$ و لكن حلولها $(\sqrt{2})$ و $(-\sqrt{2})$موجود في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2+1=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ و لكن ستقبل حلين متمايزين $(-i)$ و (i) في مجموعة جديدة نرمز لها بـ $\mathbb{C}$ و التي تكون موضوع دراستنا **الخلاصة:** $\boxed{\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}}$	20د

I. الشكل الجبري:

1/تعريف: نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$

مثال: الأعداد التالية $1+i$ ، $-2i$ ، 5 هي أعداد مركبة

ملاحظات و ترميز:

- ◄نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بالرمز: $\mathbb{C}$
- ◄العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z، و نرمز له بـ $\mathrm{Re}(z)$
- ◄العدد الحقيق y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z، و نرمز له بـ $\mathrm{Im}(z)$
- ◄إذا كان $y=0$ نقول أن العدد z حقيقي
- ◄إذا كان $x=0$ نقول أن العدد z تخيلي صرف (أو تخيلي محض أو تخيلي بحت)
- ◄يكون العدد المركب z معدوما إذا وفقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما. أي : $z=0$ يعني: $x=0$ و $y=0$
- ◄الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z.
- ◄بوضع $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$: $(z=z')$ يكافئ $(x=x'$ و $y=y')$

2/الحساب في $\mathbb{C}$:

من أجل العددين المركبين z و z' حيث: $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$

$$\begin{cases} z+z'=(x+x')+i(y+y') \\ z\times z'=(xx'-yy')+i(xy'+x'y) \end{cases}$$

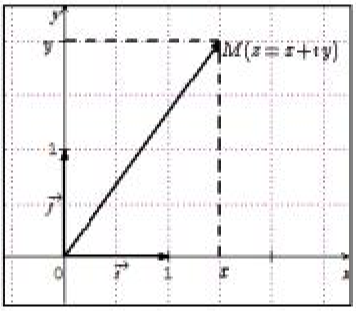
ملاحظة: قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$ مع الأخذ بعين الإعتبار أن $i^2 = -1$

مثال:

$\bullet (1+i)+(3-2i)=4-i$

$\bullet (1+i)(3-2i)=5+i$

3/التمثيل الهندسي لعدد مركب:



المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

كل عدد مركب z حيث: $z=x+iy$ يمثل بنقطة و حيدة M إحداثياتها $(x;y)$

M تسمى صورة العدد المركب z و z تسمى لاحقة النقطة M في $\mathbb{C}$ و نرمز لذلك $M(z)$ أو z_M

ملاحظات:

◄ الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يسمى كذلك صورة العدد المركب z و العدد z لاحقة الشعاع $\overrightarrow{OM}$

◄ محور الفواصل الذي يسمى محور الأعداد الحقيقية

◄ محور التراتيب الذي يسمى محور الأعداد التخيلية

نتائج: لتكن A، B، C نقط من المستوي . z_A ، z_B، z_C لواحقها على الترتيب

◄ لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي العدد المركب $z_B - z_A$

◄ لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ هي : $z_I = \dfrac{z_B + z_A}{2}$

◄ لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ هي z_G، حيث:

$\alpha+\beta+\gamma \neq 0$ $\quad z_G = \dfrac{\alpha z_A + \beta z_B + \gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$

تمرين رقم 26 صفحة 145

مرحلة التقويم و الإستثمار

تمرين تطبيقي1: في المستوي المركب $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ نعتبر العدد المركب

$z = x^2 + y^2 - 4 + i(2x+y+1)$

1-عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث يكون z حقيقيا

2- عين (Ω) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث يكون z تخيليا صرفا

الحل:

- z عدد حقيقي معناه $\text{Im}(z)=0$ اي $2x+y+1=0$ ومنه (Γ) مجموعة النقط M من المستوي هي عبارة عن مستقيم دو المعادلة $y=-2x-1$.
- z عدد تخيلي صرف معناه $\text{Re}(z)=0$ اي $x^2+y^2-4=0$ اي $x^2+y^2=4$ ومنه (Ω) مجموعة النقط M من المستوي هي عبارة عن دائرة ذات المركز $O(0;0)$ ونصف قطرها $r=2$.

تمرين رقم 27 صفحة 145--

A، B، C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب: $2+i$، $2-i$، $-i$

عين لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة A مركز ثقل المثلث BCD

الحل:

النقطة A مركز ثقل المثلث DCG معناه أن A مرجح الجملة

$\{(B,1);(C,1);(D,1)\}$

اي $z_A=\frac{z_B+z_C+z_D}{3}$ ومنه $3z_A=z_B+z_C+z_D$ اي $z_D=3z_A-z_B-z_C$ ومنه

$z_D=3(2+i)-(2-i)-(-i)=6+3i-2+i+i=5i+4$.

تمرين رقم 19 صفحة 145--

A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $-2+i$ ، $-1+4i$ ، $3+2i$ و $2-i$. برهن أن الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع .

الحل:

الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $z_B-z_A=z_C-z_D$

لدينا: $\begin{cases} z_B-z_A=-1+4i-(-2+i)=-1+4i+2-i=1+3i \\ z_C-z_D=3+2i-(2-i)=3+2i-2+i=1+3i \end{cases}$ إذن:

$z_B-z_A=z_C-z_D$

الخلاصة :الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع

ملاحظات حول سير الحصة:..