08المعادلة من الدرجة الثانيةjpg_Page1.jpg

08المعادلة من الدرجة الثانيةjpg_Page2.jpg

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول- **بطاقة رقم:** 52/08 **الأستاذ:** شداني عبد المالك

الحصة	هندسة	**التاريخ**	25 جانفي 2016
المحور	الأعداد المركبة	**القسم**	3 علوم تجريبية
الموضوع	المعادلات من الدرجة الثانية في ℂ	**المدة**	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	حل معادلة من الدرجة الثانية في ℂ	**المعارف المكتسبة**	
الوسائل البداغوجية		**المراجع**	الكتاب المدرسي

سير الدرس	**مراحل الدرس**	**الزمن**

صياغة الكفاءة

المعادلات من الدرجة الثانية:

1) الجذران التربيعيان لعدد مركب:

تعريف: ω و z عددان مركبان حيث: $z=x+iy$ و $\omega=a+ib$

z جذر تربيعي لـ ω يعني أن: $\boxed{z^2=\omega}$ أي أن: $(x+iy)^2=a+ib$ ومنه:

$$\begin{cases}x^2-y^2=a\\ x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2}\\ 2xy=b\end{cases}$$

بحل هذه الجملة نجد الجذرين التربيعيين z_1 و z_2 للعدد ω

ملاحظة: كل عدد مركب يقبل جذرين تربيعيين متناظرين أي: $z_1=-z_2$

أمثلة: أ) بين أن $2-i$ ، $-2+i$ هما الجذران التربيعيان لـ $3-4i$

ب) بين أن $1-i$ جذر تربيعي للعدد $-2i$. إستنتج الجذر التربيعي الآخر

ج) أوجد الجذور التربيعية للعدد $2+3i$

الحل:

ب) لدينا، $(1-i)^2=-2i$ إذن $1-i$ هو جذر تربيعي لـ $-2i$

بما الجذران التربيعيان متناظرة أي $z_1=-z_2$ نجد $-(1-i)=-1+i$ هو كذلك جذر تربيعي للعدد $-2i$.

ج) ليكن $z=x+iy$ جذر تربيعي للعدد $3+4i$ و عليه نجد:

$$\begin{cases}x^2-y^2=3 & (1)\\ x^2+y^2=\sqrt{4^2+3^2}=5 & (2)\\ 2xy=4 & (3)\end{cases}$$

بجمع (1) و(2) نجد $2x^2=8$ أي: $\begin{cases}x=2\\ x=-2\end{cases}$

ومن (3) نجد: $\begin{cases}y=1\\ y=-1\end{cases}$ وعليه الجذران التربيعيان للعدد $3+4i$ هما:

$z_1=2+i$ و $z_2=-2-i$

ملاحظة : في بعض الأسئلة يطلب أيجاد حلول المعادلة /مثلا : $z^2=5+4i$

المقصود هنا البحث عن الجذور التربيعية للعدد المركب 5+4i

2) حل في $\mathbb{C}$ معادلة من الدرجة الثانية:

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: (1)... $az^2+bz+c=0$ حيث a، b، c أعداد حقيقية و $a\neq 0$ العدد المركب $\Delta=b^2-4ac$ يسمى مميز المعادلة (1)

المميز Δ	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
الحلول	$\begin{cases} z_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$	$z_1=z_2=-\dfrac{b}{2a}$	$\begin{cases} z_1=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} \end{cases}$

أمثلة: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+2=0$

مرحلة التقويم و الإستثمار

تمرين: حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة التـالية:

$$(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$$

الحل: المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$ تكافئ $\begin{cases} z+\sqrt{3}-3i=0 \\ z^2-6z+12=0 \quad ...(*) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} z_1=-\sqrt{3}+3i \\ z^2-6z+12=0 \quad ...(*) \end{cases}$ حل المعادلة (*): لدينا $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$

ومنه: $z_2=3+i\sqrt{3}$ أو $z_3=3-i\sqrt{3}$.

الخلاصة: مجموعة الحلول المعادلة (E) هي:

$\boxed{S=\left\{-\sqrt{3}+3i\ ;\ 3+\sqrt{3}i\ ;\ 3-\sqrt{3}i\right\}}$.

حل امثلة مختلفة : بكالوريا جوان 2012 ، ......

ملاحظات حول سير الحصة:...