

الحصة	جبر (الأعداد والحساب)	التاريخ	نوفمبر 2015
المحور	القسمته في $\mathbb{Z}$	القسم	3 تقني رياضي + رياضي
الموضوع	حل مشكلات بتوظيف PGCD	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	حل مشكلات بتوظيف PGCD	المعارف المكتسبة	قابلية القسمته في $\mathbb{Z}$
الوسائل البداغوجية	السيورة	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
-----------	-------------	-------

**1/ خواص القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين:**

ليكن  $a$  و  $b$  عددين صحيحين غير معدومان و  $D = \text{PGCD}(a; b)$

$$(1) \text{ إذا كان: } \begin{cases} D | a \\ D | b \end{cases} \text{ هذا يكافئ: } \begin{cases} D | a \times b \\ D | \alpha a \pm \beta b \end{cases}$$

$$(2) \text{ إذا كان: } \begin{cases} D | a \\ D | b \end{cases} \text{ فإنه يوجد عدنان طبيعيين } a' \text{ و } b' \text{ أوليان فيما بينهما بحيث: } \begin{cases} a = a' \times D \\ b = b' \times D \end{cases}$$

(3) من أجل كل عددين طبيعيين  $n$  و  $m$  إذا كان  $\text{PGCD}(a; b) = 1$  فإن:

$$\text{PGCD}(a^n; b^m) = 1$$

(4) من أجل كل  $k$  عدد صحيح:  $\text{PGCD}(ka; kb) = |k| \text{PGCD}(a; b)$

صياغة الكفاءة

مرحلة التقويم و الاستثمار

**تطبيق 1:** عين جميع الأعداد الطبيعية  $a$  و  $b$  في الحالات التالية:

$$(I) \begin{cases} a \times b = 810 \\ \text{PGCD}(a, b) = 9 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} a^2 + 8b^2 = 2200 \\ \text{PGCD}(a, b) = 5 \end{cases}$$

**الحل:** بما أن  $\text{PGCD}(a; b) = 9$  فإنه يوجد عددين طبيعيين  $a'$  و  $b'$  أوليان فيما

$$\text{بينهما بحيث } \begin{cases} a = 9a' \\ b = 9b' \end{cases} \text{ لدينا: } a \times b = 810 \text{ أي } 81(a' \times b') = 810 \text{ أي } a' \times b' = 10$$

ومنه

$(a'; b') =$	$(1; 10)$	$(10; 1)$	$(2; 5)$	$(5; 2)$
$(a; b) =$	$(9; 90)$	$(90; 9)$	$(18; 45)$	$(45; 18)$

**تطبيق 2:** تمرين رقم 14 صفحة 56

$n$  عدد صحيح. نضع  $a = 3n + 7$  و  $b = 7n + 2$  أوجد القيم الممكنة لعددين  $a$  و  $b$

**الحل:** ليكن  $D = \text{PGCD}(a; b)$

$$\text{لدينا: } \begin{cases} D | a \\ D | b \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} D | 7a \\ D | 3b \end{cases} \text{ وعليه نجد: } 7a - 3b \text{ أي: } D | 43 \text{ ومنه القيم}$$

الممكنة لـ  $D$  هي  $D_{43}$  أي:  $D \in \{1; 43\}$