المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول-		بطاقة رقم: 03 /27	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	جبر (الأعداد و الحساب)	التاريخ	نوفمبر 2015
المحور	القسمة في $\mathbb{Z}$	القسم	3 تقني رياضي + رياضي
الموضوع	خوارزمية إقليدس	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	- إستعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين	المعارف المكتسبة	-القسمة و قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$
الوسائل البداغوجية		المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن

نشاط إستكشافي

نشاط1: a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $a > b$ r باقي قسمة a على b

أي: $a = bq + r$ نضع: $PGCD(a,b) = D$ و $PGCD(b,r) = D'$

1/ بين أن D يقسم r و D' يقسم a

2/ ماذا تستنتج بالنسبة لقواسم المشتركة لـ a و b و القواسم المشتركة لـ b و r

3/ إستنتج أن : $PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$

صياغة الكفاءة

1/خواص القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

> **خاصية1:** a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a \geq b$. r باقي قسمة a على b ، فإنه لدينا: $PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$

خوارزمية إقليدس:

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $a \geq b$.

بقسمة a على b نحصل على: $a = bq_1 + r_1$ و $0 \leq r_1 < b$

نميز حالتين: - $r_1 = 0$ معناه b قاسم لـ a أي : $PGCD(a,b) = b$

- $r_1 \neq 0$ فإنه الخاصية السابقة نجد: $PGCD(a,b) = PGCD(b,r_1)$

بقسمة b على r_1 نحصل على: $b = r_1q_2 + r_2$ و $0 \leq r_2 < r_1$

نميز حالتين: - $r_2 = 0$ معناه r_1 قاسم لـ b أي : $PGCD(a,b) = PGCD(b,r_1) = r_1$

- $r_2 \neq 0$ فإنه الخاصية السابقة نجد:

$$PGCD(a,b) = PGCD(b,r_1) = PGCD(r_1,r_2)$$

بقسمة r_1 على r_2 نحصل على: $r_1 = r_2q_3 + r_3$ و $0 \leq r_3 < r_2$

-وهكذا نواصل القسمة حتى نجد آخر باقي معدوم r_n و عليه :

$$PGCD(a,b) = PGCD(b,r_1) = PGCD(r_1,r_2) = ... = PGCD(r_{n-1},r_n) = r_{n-1}$$

> **خاصية 2:** القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين غير معدومين a و b هو آخر باقي غير معدوم في سلسلة قسمات خوارزمية إقليدس

مرحلة التقويم و الاستثمار

تطبيق1: عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 368 و 26

الحل: ننجز القسمات المتتالية لـ a و b

$368 = 26 \times 14 + 4$

$26 = 4 \times 6 + 2$ نلاحظ أن آخر باقي غير معدوم 2 $4 = 2 \times 2 + 0$ و عليه :

$PGCD(368,26) = 2$

نلخص ذلك في جدول:

الحاصل		14	6	2
القاسم و المقسوم	368	26	4	2
الباقي		4	$\boxed{2}$	0

آخر باقي غير معدوم

تطبيق2: تمرين 32 صفحة 57

/1 عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 182 و 126

/2 بإستعمال خوارزمية إقليدس ،جد العددين الصحيحين α و β بحيث:

$$182\alpha + 126\beta = 14$$

الحل: /1 لدينا:

$$182 = 126 + 56 \qquad (1)$$

$$126 = 56 \times 2 + 14 \qquad (2)$$

$$56 = 14 \times 2 + 0$$

الحاصل		1	2	4
القاسم و المقسوم	182	126	56	14
الباقي		56	$\boxed{14}$	0

آخر باقي غير معدوم

ومنه نجد : $PGCD(182,126) = 14$

/2 من العلاقة (2) و (1) نجد أن :

$$14 = 126 - 56 \times 2$$

$$= 126 - (182 - 126) \times 2$$

$$= 182 \times (-2) + 126(3)$$

وعليه نجد أن : $(\alpha,\beta) = (-2,3)$

ملاحظات حول سير الحصة:...