المؤسسة: ثانوية خالص سليمان بشلول-	**بطاقة رقم:** 36/12		**الأستاذ:** شداني عبد المالك
الحصة	جبر (الأعداد و الحساب)	**التاريخ**	
المحور	الأعداد الأولية	**القسم**	3 تقني رياضي + رياضي
الموضوع	حل في $\mathbb{Z}^2$ معادلات من الشكل $ax+by=c$	**المدة**	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	- حل في $\mathbb{Z}^2$ معادلات من الشكل $ax+by=c$ حيث: a ، b ، c أعداد صحيحة	**المعارف المكتسبة**	-مبرهنة غوص -خواص الموافقة
الوسائل البداغوجية		**المراجع**	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
صياغة الكفاءة	**مبرهنة:** a ، b ، c أعداد صحيحة نعتبر المعادلة (E)... $ax+by=c$ حيث x و y مجهولان من $\mathbb{Z}$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر لـ a و b -الشرط اللازم و الكافـــي لكي تكون للمعادلة (E) حلا هو أن يكون d يقسم c	15د
	أمثلة: المعادلة $2x+4y=5$ ليس لها حل في $\mathbb{Z}^2$ لأن $PGCD(2;4)=2$ و 2 لا يقسم 5، إذن: $S=\varnothing$، المعادلة $2x+4y=6$ تقبل حل في $\mathbb{Z}^2$ لأن $PGCD(2;4)=2$ و 2 يقسم 6	5د
	حالة عامة: لحل معادلة من الشكل (E)... $ax+by=c$ في $\mathbb{Z}^2$ نتبع الخطوات التالية: **1-تبسيط المعادلة** (E): حساب $PGCD(a,b,c)=D$ ثم نقسم الأعداد a ، b ، c على D نحصل: (E')... $a'x+b'y=c'$ حيث $PGDC(a',b',c')=1$ 2-**طريقة الحل:** نستعمل لحل المعادلة (E'): الموافقة أو طريقة غوص	
مرحلة التقويم و الاستثمار	**تطبيق1:** حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)... $700x+1700y=1300$ أتبسيط المعادلة: لدينا $PGCD(700;1700;1300)=100$ ومنه المعادلة (E) تكافئ (E')... $7x+17y=13$ بدطريقة الحل: **الطريقة1**: نستعمل مفهوم الموافقة المعادلة (E') تكافئ $7x=-17y+13$ ومنه $7x\equiv 13[17]$ ، ومنه: $\begin{cases}35x\equiv 14[17]\\34x\equiv 0[17]\end{cases}$ بالطرح نجد: $x\equiv 14[17]$ أي $x=17k+14$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ،	
مرحلة التقويم و الاستثمار	بتعويض قيمة x في المعادلة (E') نجد $y=-7k-5$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ، ومنه مجموعة الحلول هي : $S=\{(17k+14;-7k-5)/k\in\mathbb{Z}\}$ **الطريقة2:** نستعمل مبرهنة غوص **أولا: البحث عن الحل الخاص** أ-إيجاد الثنائية $(u;v)$ من $\mathbb{Z}^2$ التي تحقق $7u+17v=1$ نستعمل خوارزمية إقليدس: $17=7\times 2+3$ $7=3\times 2+1$	

من المعادلة الأخيرة نجد: $1 = 7 - 3\times 2$

$= 7 - (17 - 7\times 2)\times 2$

$= 7(5) + 17(-2)$ ...(*)

ومنه الثنائية : $(u;v) = (5;-2)$

بـ**إستنتاج الحل الخاص:** بضرب طرفي المعادلة (*) بالعدد 13 نجد:

$13 = 7(65) + 17(-26)$ ومنه الثنائية $(x_0;y_0) = (65;-26)$ حل خاص للمعادلة (E')

ثانيا: حل المعادلة (E')

لدينا: $\begin{cases} 7x + 17y = 13 \\ 7(65) + 17(-26) = 13 \end{cases}$ بالطرح نجد: $7(x - 65) = 17(y + 26)$

لدينا 7 يقسم $7(x - 65)$ ومنه 7 يقسم $17(y + 26)$ ، بما أن $PGCD(17;7) = 1$

،إذن حسب مبرهنة غوص نجد: 7 يقسم $y + 26$ ومنه : $y + 26 = 7k$ أي:

$y = 7k - 26$ أي : $y = 7k + 2$ بتعويض قيمة y في المعادلة (E') نجد:

$x = -17k - 3$

ومنه مجموعة الحلول هي: $S = \{(7k + 2;-17k - 3) / k \in \mathbb{Z}\}$

ملاحظة: لدينا الحلول بالطريقة الأولى تختلف عن الطريقة الثانية شكليا فقط

لدينا: $y = -7k - 5$ أي $y = 7(-k) - 5$ أي $y \equiv -5[7]$ ومنه $y \equiv 2[7]$ أي:

$y = 7k + 2 / k \in \mathbb{Z}$

ملاحظات حول سير الحصة:.....