

الحصة	جبر (الأعداد والحساب)	التاريخ	نوفمبر 2015
المحور	الأعداد الأولية	القسم	3 تقني رياضي + رياضي
الموضوع	العلاقة بين PPCM و PGCD	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	- استعمال العلاقة بين PPCM و PGCD	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداضوجية		المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
-----------	-------------	-------

1 حساب القاسم المشترك الأكبر باستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية

خاصية: القاسم المشترك الأكبر لعددین طبيعيين a و b هو جداء العوامل الأولية المشتركة في تحليلي كل من a و b بحيث يؤخذ كل عامل مرة واحدة بأصغر أس

2 حساب المضاعف المشترك الأصغر باستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية

خاصية: المضاعف المشترك الأصغر لعددین طبيعيين a و b غير معدومين هو جداء العوامل الأولية المشتركة و الغير المشتركة في تحليلي كل من a و b بحيث يؤخذ كل عامل مرة واحدة بأكبر أس

تطبيق: احسب المضاعف المشترك الأصغر و القاسم المشترك الأكبر للعددین $a = 876$ و $b = 1028$
الحل:

مرحلة التقويم و الإستثمار

العدد $b = 1028$	العدد $a = 876$	تحليل كل من a و b إلى جداء عوامل أولية
102 2	876 2	$b = 2^4 \times 3^2 \times 7$
8 2	438 2	$a = 2^2 \times 3 \times 73$
514 2	219 3	إذن:
252 2	73 73	$PPCM(a, b) = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 73$
126 2		$PPCM(a, b) = 73584$
63 3		$PGCD(a, b) = 2^2 \times 3$
21 3		$PGCD(a, b) = 12$
7 7		
1 1		

العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر و القاسم المشترك الأكبر:

خاصية: جداء عددین طبيعيين a, b كلاهما أكبر تماماً من 1 يساوي جداء قاسمهما المشترك الأكبر و مضاعفهما المشترك الأصغر أي:

$$a \times b = PPCM(a, b) \times PGCD(a, b)$$

صياغة الكفاءة

تمرين 43 ص 18: تعيين الثنائيات (a, b) من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ بحيث:
 $\begin{cases} PGCD(a, b) = 14 \\ PPCM(a, b) = 420 \end{cases}$

مرحلة التقويم و الإستثمار

الحل: لدينا $PGCD(a, b) = 14$ إذن $\begin{cases} a = 14a' \\ b = 14b' \end{cases}$ و $PGCD(a', b') = 1$

$$14a' \cdot 14b' = 420 \text{ إذن } \frac{14a' \cdot 14b'}{14} = 420 \text{ ومنه } PPCM(a, b) = \frac{a \cdot b}{PGCD(a, b)}$$

هذا يعني أن $a'.b' = 30$ الثنائيات مع $a' \wedge b' = 1$ و $a'.b' = 30$ هي :

$(a',b') = (1,30), (a',b') = (30,1), (a',b') = (2,15), (a',b') = (15,2)$
ومنه $(a',b') = (3,10), (a',b') = (10,3), (a',b') = (5,6), (a',b') = (6,5)$
الثنائيات (a,b) الموافقة للحلول (a',b')

الثنائيات (a,b)	الثنائيات (a',b')
$(a,b) = (14,420)$	$(a',b') = (1,30)$
$(a,b) = (420,14)$	$(a',b') = (30,1)$
$(a,b) = (28,210)$	$(a',b') = (2,15)$
$(a,b) = (210,28)$	$(a',b') = (15,2)$
$(a,b) = (42,140)$	$(a',b') = (3,10)$
$(a,b) = (140,42)$	$(a',b') = (10,3)$
$(a,b) = (70,84)$	$(a',b') = (5,6)$
$(a,b) = (84,70)$	$(a',b') = (6,5)$

ملاحظات حول سير الحصة: