المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: - التعرف على قانون احتمال .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	تذكير :		
	❶ مصطلحات :		
	⋆ نقول عن تجربة إنها عشوائية إذا كانت كل إمكانياتها معلومة لكن عندما نجرب لا نستطيع تحديد أي إمكانية منها ستتحقق .		
	مثلا : رمي قطعة نقدية (الوجه أو الظهر) ، رمي زهرة نرد (الأرقام الستة) ، السحب من كيس (ظهور إحدى الكريات) .		
	⋆ نقوم بتجربة عشوائية و نحصل على نتيجة ، نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بالرمز Ω و نسميها مجموعة الإمكانيات (المخارج) أو المجموعة الشاملة .		
	⋆ كل عنصر من Ω يسمى إمكانية و كل جزء منها يسمى حادثة (حدث) .		
	⋆ Ω تسمى كذلك الحادثة الأكيدة و $\varnothing$ تسمى الحادثة المستحيلة .		
	⋆ اتحاد الحادثتين A و B هي الحادثة $A\cup B$ تسمى كذلك الحادثة A أو B .		
	⋆ تقاطع الحادثتين A و B هي الحادثة $A\cap B$ تسمى كذلك الحادثة A و B .		
	⋆ عندما تكون الحادثة $A\cap B=\varnothing$ نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين .		
بناء المفاهيم:	⋆ نسمي حادثة عكسية للحادثة A ، المجموعة المتممة للحادثة A في Ω و نرمز لها بـ : $\overline{A}$.		
	❷ قانون الاحتمال :		
	تعريف: Ω مجموعة مخارج لتجربة عشوائية إمكانياتها x_1 ، x_2 ، ... ، x_n و p دالة ترفق بكل عنصر x_i من Ω عددا حقيقيا موجبا p_i . نقول عن p إنه قانون احتمال على Ω إذا وفقط إذا كان : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$		
	❸ نمذجة تجربة عشوائية :		
	• عندما يكون عدد مخارج تجربة عشوائية منتهيا نعرف على مجموعة المخارج $\Omega=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ قانون احتمال و ذلك بإعطاء أعداد متتالية $(p_1,p_2,...,p_n)$ تحقق : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ و $p_i \geq 0$.		
	• عند القيام بتحقيق تجربة عشوائية ، نقوم باختيار : مجموعة الامكانيات Ω و قانون احتمال p معرف على Ω .		
	نمذجة تجربة عشوائية هو اختيار ال ثنائية (Ω, p) التي تسمى فضاء احتمالي منته .		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**ملاحظات :** ⋆ احتمال حادثة A هو مجموع احتمالات كل المخارج التي تنتمي إلى A . ⋆ في حالة تساوي الأعداد p_i نقول إن الاحتمال متساوي التوزيع ، و يئول حساب احتمال حادثة A أي : $p(A)$ إلى مسألة عد . ⋆ بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : لكل الامكانيات نفس الاحتمال أو نفس الحظ ، قطعة (نقد أو نرد) غير مزيفة ، نسحب عشوائيا ، كريات لا نفرق بينها باللمس ... **مبرهنة:** في حالة تساوي احتمال على Ω يكون لدينا من أجل كل حادثة A : $p(A) = \dfrac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$ **مثال :** نرمي زهرة نرد غير مزيفة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . لدينا : مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ بما أن : زهرة النرد غير مزيفة (أي أن كل الوجوه لها نفس احتمال الظهور) فهذا يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي i من 1 إلى n فإن : $p_i = \dfrac{1}{6}$. و منه : احتمال الحادثة A : الحصول على رقم زوجي هو : $\dfrac{3}{6}$ **خواص:** ① $p(\Omega) = 1$ و $p(\varnothing) = 0$. ② A حادثة لدينا : $0 \leq p(A) \leq 1$ ③ A و B حادثتان كيفيتان لدينا : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. ④ A و B حادثتان غير متلائمتان لدينا : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$. ⑤ $\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A لدينا : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$		
تقويم	**تمرين تطبيقي :** يحتوي كيس على 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 نسحب كرية واحدة و نسجل رقمها . ① عين المجموعة الشاملة Ω . ② عين الحادثة A : الحصول على رقم مضاعف للعدد 5 . ③ عين الحادثة B : الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 . ④ عين الحوادث $A \cap B$ و $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثتين $\overline{A} \cap \overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$. حيث : $\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$ هي الحوادث العكسية للحوادث A و B و $A \cap B$ على الترتيب . حل التمرين 03 صفحة 218 حل التمرين 41و42و44صفحة 223		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة: رياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – تعيين قانون احتمال متغير عشوائي .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

تذكير :

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية حيث : $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ و ليكن p احتمال على Ω .

⋆ أمل قانون الاحتمال هو العدد E حيث : $E = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$.

⋆ تباين قانون الاحتمال هو العدد V حيث : $V = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E)^2 p_i$.

⋆ الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو العدد $\sigma = \sqrt{V}$

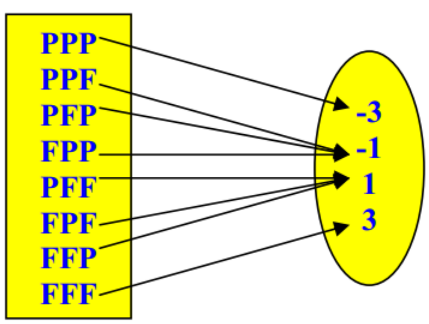
بناء المفاهيم:

❶ المتغير العشوائي :

مثال تمهيدي : نرمي قطعة نقدية متوازنة 3 مرات متتابعة و نسجل النتيجة وجه $= F$ و ظهر $= P$.

مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF\}$

نعتبر اللعبة التالية : يربح اللاعب دينارا واحدا كلما ظهر (وجه F) و يخسر دينارا واحدا كلما ظهر (ظهر P) .



⋆ نعتبر الدالة X التي ترفق بكل نتيجة الربح (أو الخسارة) المناسب لها .
يسمى X المتغير العشوائي المعرف على Ω

تعريف: Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية .
نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω .

❷ قانون احتمال متغير عشوائي :

في المثال السابق نبحث عن احتمال الحادثة : يكون الربح دينارا واحدا

مثلا : نعبر عن هذه الحادثة بالكتابة ($X = 1$) ، و تتحقق هذه الحادثة لما تتحقق الحادثة A حيث : $A = \{PFF, FFP, FPF\}$.

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

لكن $p(A)=\frac{3}{8}$ نكتب : $p(X=1)=\frac{3}{8}$

الجدول التالي يمثل قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

الربح x	−3	−1	1	3
P(X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

تعريف:

قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $p(X=x_i)$.

بناء المفاهيم:

❸ الأمل الرياضياتي :

(Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i)

حيث : i عدا طبيعي غير معدوم .

⋆ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف

بـ : $E(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

مثال :

الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X المعرف في المثال السابق هو العدد :

$$E(X)=(-3)\times\frac{1}{8}+(-1)\times\frac{3}{8}+1\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=0$$

ملاحظة :

⋆ إذا كان $E(X)=0$ نقول عن اللعبة إنها عادلة .

❹ الانحراف المعياري :

(Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i)

و أمله الرياضياتي $E(X)$.

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو الجذر التربيعي للتباين $V(X)$ و نرمز إليه بـ : $\sigma(X)$

حيث : $V(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i(x_i-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$

مثال : (المثال السابق)

$V(X)=9\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+1\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}-0^2=3$ و $\sigma(X)=\sqrt{3}$

تقويم

تمرين تطبيقي : نرمي قطعة نقد متوازنة ثلاث مرات متتالية في الهواء ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل رمية عدد مرات ظهور الوجه .

① اكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

② احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

③ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير X .

حل التمرين 38 و 39 صفحة 223

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات

المستوى والشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

- سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

نشاط:

✍ ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها من الأرقام : 2 ، 3 ، 5 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

① رقمين ② رقمين مختلفين ③ ثلاثة أرقام مختلفة

العـــد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات) :

❶ القوائم :

تعريف: E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($p \geq 1$) .

نسمي قائمة ذات p ($p \geq 1$) عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E .

حيث : عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : n^p

بناء المفاهيم:

التفسير:

⋆ لكل عنصر من عناصر القائمة توجد n إمكانية ، إذن عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : $\underbrace{n \times n \times n \times .... \times n}$ (p مرة) أي هو : n^p

أمثلة:

⋆ عدد الطرائق المكنة لتلوين مكعب بثلاثة ألوان مختلفة هو : 3^6 طريقة .

⋆ عدد الطرائق المكنة لسحب كريتين على التوالي مع الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : 12^2 طريقة .

❷ الترتيبات :

تعريف: E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($1 \leq p \leq n$) .

نسمي ترتيبة p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا متمايزة مثنى مثنى من عناصر E .

عدد ترتيبات p عنصرا من E هو العدد الطبيعي : A_n^p

حيث : $A_n^p = n(n-1)(n-2)...(n-p+1)$

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

التفسير:

⋆ لتكوين ترتيبة توجد n إمكانية للعنصر الأول ثم $(n-1)$ للعنصر الثاني ......

و أخيرا $(n-p+1)$ للعنصر الأخير الذي رتبته p .

ملاحظة:

الترتيبة هي قائمة عناصرها متمايزة مثنى مثنى .

أمثلة:

⋆ عدد الطرائق الممكنة لتجليس 5 تلاميذ على 3 مقاعد في صف واحد

هو : $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ طريقة .

⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب كريتين على التوالي دون الإعادة من كيس يحتوي

بناء المفاهيم:

على 12 كرية هو : $A_{12}^2 = 12 \times 11$ طريقة .

❷ **التبديلات :**

تعريف:

نسمي تبديلة لعناصر المجموعة E كل ترتيبة n عنصرا من E .

عدد تبديلات مجموعة ذات n عنصرا هي العدد الطبيعي : A_n^n

حيث : $\boxed{A_n^n = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1}$

نرمز لهذا العدد بـ: $n!$ أي : $n! = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1$

و يقرأ : n عاملي .

مثال:

⋆ $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

اصطلاح: $0! = 1$

مثال:

⋆ عدد الطرائق الممكنة لترتيب 5 أشخاص للدخول على إحدى المصالح الإدارية

هو : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة .

ملاحظة: يمكن كتابة عدد الترتيبات ذات p عنصر من مجموعة بها n عنصر كما يلي :

$$\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

مثلا: $A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$

تمرين تطبيقي : يتكون رقم الهواتف النقالة لشبكة موبيليس من 10 أرقام

حيث أول رقمين فيها هما 06 ثابتين .

تقويم

① ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها ؟

② ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى ؟

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول   الأستاذ: بلبحري كمال   المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق: بناء المفاهيم:	⋆ التهيئة النفسية: **التوفيقات - دستور ثنائي الحد :** ❶ التوفيقات : **تعريف:** E مجموعة متهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي حيث ($0 \leq p \leq n$) . نسمي توفيقة ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E . نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصر بـ : C_n^p أو $\binom{p}{n}$ و المعرف بـ : $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ **مثلا:** $C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$ **أمثلة:** ⋆ عدد الطرائق الممكنة لاختيار تلميذين من بين 28 تلميذا هو : $C_{28}^2 = \frac{28!}{2!(28-2)!} = 378$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب 3 كريات في آن واحد من كيس يحتوي على 12 كرية هو : C_{12}^3 طريقة . **ملاحظة :** ⋆ عدد أجزاء E ذات n عنصرا هو 1 لأن E هي الجزء الوحيد الذي يشمل n عنصرا و منه : $C_n^n = \frac{n!}{n!(0)!} = 1$ ⋆ لدينا كذلك : $C_n^1 = n$ و $C_n^0 = 1$ **خواص:** ① من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث ($0 \leq p \leq n$) لدينا : $C_n^p = C_n^{n-p}$ ② من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث ($1 \leq p \leq n-1$) . لدينا : $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

p \ n	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

ملاحظة :

⋆ تمكننا الخاصية الثانية من حساب C_n^p إذا علمنا C_{n-1}^p و C_{n-1}^{p-1} كما هو مبين في الشكل المقابل (مثلث باسكال)

❷ دستور ثنائي الحد :

بناء المفاهيم:

مبرهنة: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n لدينا : $(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$

البرهان : (نستعمل الاستدلال بالتراجع)

مثال:

$$(x+1)^5 = \sum_{p=0}^{5} C_5^p a^{5-p}(1)^p = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

❸ طرائق العد :

الطريقة/ المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
قائمة	الأرقام يمكن أن تتكرر	//	على التوالي مع الإعادة	//
ترتيبة	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	//
توفيقة	//	المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 32 كرية لا نفرق بينها عند اللمس نسحب 8 كريات عشوائيا .

ما هو عدد الطرائق الممكنة إذا كان :

① السحب في آن واحد .

② السحب على التوالي و دون إرجاع .

③ السحب على التوالي مع الإرجاع .

تقويم

حل التمرين 14و15صفحة 219

حل التمرين 20و24صفحة 135

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – توظيف الاحتمالات الشرطية لحل مسائل .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

الاحتمالات الشرطية :

مناقشة النشاط 6 صفحة 201:

اللغة الحية	إنجليزية (A)	ألمانية (D)	المجموع
بنون (G)	130	50	180
بنات (F)	140	80	220
المجموع	270	130	400

① احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتا هو : $p(F)=\dfrac{220}{400}=\dfrac{11}{20}$

② احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية هو : $p(D)=\dfrac{130}{400}=\dfrac{13}{40}$

③ احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية علما أنه بنت

هو : $p_F(D)=\dfrac{80}{220}=\dfrac{4}{11}$

④ حساب $\dfrac{p(D\cap F)}{p(F)}$:

لدينا : $p(D\cap F)=\dfrac{80}{400}=\dfrac{1}{5}$ و منه : $\dfrac{p(D\cap F)}{p(F)}=\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{20}}=\dfrac{4}{11}$

المقارنة : $p_F(D)=\dfrac{p(D\cap F)}{p(F)}$

بناء المفاهيم:

الاحتمال الشرطي :

(Ω,p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان حيث $p(A)\neq 0$.

تعريف: احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A محققة)

هو العدد $p_A(B)$ المعرف بـ : $p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}$

مثال : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 .

ـ ما هو احتمال الحصول على رقم فردي علما أنه مضاعف للعدد 3 ؟

حل :

نضع : A : الحصول على عدد مضاعف لـ 3 ، B : الحصول على عدد فردي

نجد : $A=\{3,6\}$ ، $B=\{1,3,5\}$ ، $A\cap B=\{3\}$

و بالتالي : $p(A)=\dfrac{2}{6}$ و $p(A\cap B)=\dfrac{1}{6}$ ومنه : $p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}=\dfrac{1}{2}$

لاحظ أن : الأرقام التي هي من مضاعفات 3 في التجربة هي : 3 ، 6

احتمال الحصول على عدد فردي منها هو : $\dfrac{1}{2}$

ملاحظات	المدة	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل

بناء المفاهيم:

ملاحظات :

⋆ يجب أن نفرق بين العبارتين : (A و B) و (B علما أن A)

الأولى تعني : تحقق الحادثتين A و B في آن واحد .

الثانية تعني : تحقق B يتبع تحقق A و A محققة سلفا .

⋆ عند تساوي الاحتمال يكون :

$$p_A(B) = \frac{\text{عدد عناصر المجموعة } A \cap B}{\text{عدد عناصر المجموعة } A}$$

تمرين تطبيقي «①» : يتكون قسم نهائي من 40% ذكور و 60% إناث .

نفرض أن 30% من الذكور و 50% من الإناث هم تلاميذ مجتهدون .

نأخذ عشوائيا تلميذا من القسم ، ما هو احتمال الأحداث التالية :

A : أن يكون التلميذ ولدا .

B : أن يكون التلميذ بنتا .

C : أن يكون التلميذ مجتهدا .

D : أن يكون التلميذ ولدا علما أنه عنصر مجتهد .

حل التمرين التطبيقي «①» :

• $p(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \qquad p(B) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

• $p(C) = p(A \cap C) + p(B \cap C) = \frac{40}{100} \ltimes \frac{30}{100} + \frac{60}{100} \ltimes \frac{50}{100} = \frac{105}{250}$

• $p_C(A) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{2}{7}$

تمرين تطبيقي «②» :

حل التمرين 47و 52صفحة 224

تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　　الأستاذ: بلبحري كمال　　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

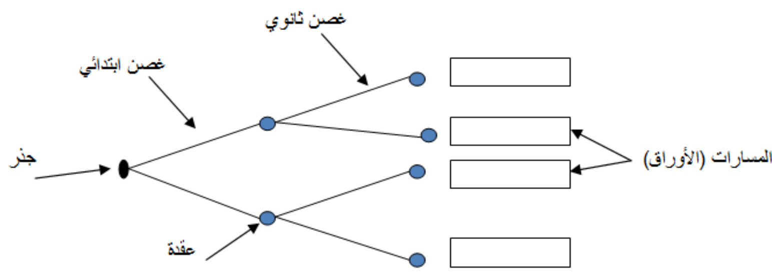
المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		

شجرة الاحتمالات :



فواعد استعمال شجرة الاحتمالات :

⋆ فرع يبدأ من البداية حتى نهاية طرف الشجرة يمثل تقاطعات كل الحوادث الموجودة في مساره .

⋆ مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع المرسومة من نفس العقدة يساوي 1 .

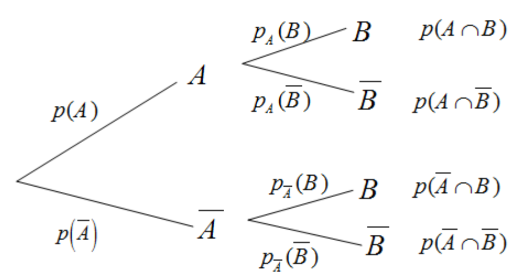
⋆ احتمال الحادثة الممثلة بطرق تساوي جداء الاحتمالات المكتوبة في فروع هذا المسار .

⋆ كل عقدة من الشجرة تمثل مرحلة من التجربة .

⋆ مثلا : على مسار A ، B ، C نكتب الاحتمالات : $p(A)$ ، $p_A(B)$ ، $p_{A\cap B}(C)$ و هذا المسار يمثل الحادثة $A\cap B\cap C$.

بناء المفاهيم:

مثال :



لدينا مايلي :

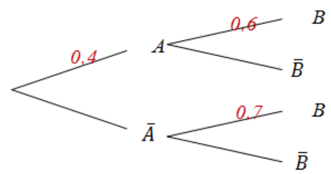
$$p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)$$
$$p(A\cap B)=p(A)\times p_A(\overline{B})$$
$$p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(B)$$
$$p(\overline{A}\cap \overline{B})=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(\overline{B})$$

$$p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)$$
$$p(\overline{B})=p(A\cap \overline{B})+p(\overline{A}\cap \overline{B})$$

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

مثال تطبيقي : إليك الشجرة التالية :

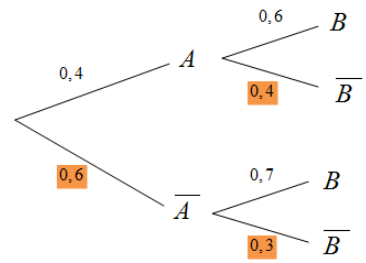


① عين الاحتمالات الناقصة .

② احسب $p(A\cap B)$ ، $p(A\cap\overline{B})$ ، $p(\overline{A}\cap B)$ و $p(\overline{A}\cap\overline{B})$

حل المثال التطبيقي :

① تعيين الاحتمالات الناقصة :



② حساب الاحتمالات :

$p(A\cap B)=0.4\times0.6=0.24$ $\quad$ $p(A\cap\overline{B})=0.4\times0.4=0.16$

$p(\overline{A}\cap B)=0.6\times0.7=0.42$ $\quad$ $p(\overline{A}\cap\overline{B})=0.6\times0.3=0.18$

ملاحظة :

⋆ غالبا ما يكون حساب الاحتمال $p(A\cap B)$ مباشرة صعب لذلك يكفي معرفة $p_A(B)$ أو $p_B(A)$ لحسابه .

لدينا : $p(A\cap B)=p(A).p_A(B)$ و $p(A\cap B)=p(B).p_B(A)$

تمرين تطبيقي : في ورشة عمل ، 2% من القطع المصنوعة معيبة .

قررنا المراقبة التالية :

- إذا كانت القطعة جيدة ، فإن احتمال قبولها هو : 0,96
- إذا كانت القطعة معيبة ، فإن احتمال رفضها هو : 0,98

نختار عشوائيا قطعة و نفرض أن كل الاختيارات متساوية الاحتمال .

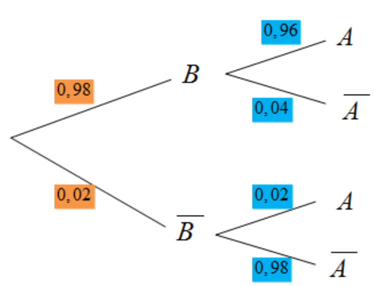
ـ ما هو احتمال أن تكون القطعة جيدة و مرفوضة ؟

حل التمرين التطبيقي :

نرمز للحادثة A : القطعة مقبولة

نرمز للحادثة B : القطعة جيدة

و نستعمل شجرة الاحتمالات :



تقويم

$p(B\cap\overline{A})=p(B).p_B(\overline{A})=0.98\times0.04=0.0392$

حل التمرين 47و52صفحة 224

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على استقلال أو ارتباط حادثتين .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	الحوادث المستقلة والمتغيرات العشوائية المستقلة :		
	❶ الحوادث المستقلة :		
	(Ω, p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان .		
	تعريف: نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان تحقق إحداهما لا يغير من احتمال تحقق الأخرى .		
	مبرهنة: نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$		
بناء المفاهيم:	**نتيجة:** إذا كان $p(A) \neq 0$ فإن : $p_A(B) = p(B)$		
	مثال «①» :		
	نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 و نعتبر الحادثتين .		
	A : نحصل على عدد زوجي　　B : نحصل على عدد أولي .		
	ـ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟		
	حل :		
	$p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{1}{2}$ و $p(A \cap B) = p(\{2\}) = \frac{1}{6}$		
	بما أن : $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{6}$ فالحادثتان A و B غير مستقلتين .		
	مثال «②» :		
	نرمي قطعة نقد غير مزيفة مرتين على التوالي و نعتبر الحادثتين .		
	A : نحصل على الوجه في الرمية الأولى		
	B : نحصل على الوجه في الرمية الثانية .		
	ـ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

حل :

$p(A)=\dfrac{1}{2}$ و $p(B)=\dfrac{1}{2}$ و $p(A\cap B)=p((F,F))=\dfrac{1}{4}$

بما أن : $\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}$ فالحادثتان A و B مستقلتان .

ملاحظات :

⋆ في حالة استقلال الحوادث يكون احتمال قائمة النتائج هو جداء احتمالات كل النتائج (يحدث هذا عموما في التجارب العشوائية المكررة) .

⋆ إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين فإن A و $\overline{B}$ مستقلتين .

⋆ A و B مستقلتان لا يستلزم عموما أن A و B غير متلائمتين .

بناء المفاهيم

⋆ إذا كان A و B حادثتين غير متلائمتين مع : $p(A)\neq 0$ و $p(B)\neq 0$ فإن A و B غير مستقلتين ($p(A\cap B)=0$ و $p(A)\times p(B)\neq 0$)

❷ المتغيرات العشوائية المستقلة :

تعريف : X و Y متغيران معرفان على نفس مجموعة الامكانيات E .
لتكن $x_1,x_2,....,x_n$ قيم المتغير X و $y_1,y_2,....,y_n$ قيم المتغير Y .
نقول إن X و Y مستقلان عندما تكون الحادثتان $(X=x_i)$ و $(Y=y_i)$ مستقلتان من أجل كل i و j حيث : $(1\leq i\leq n$ و $1\leq j\leq m)$.

ملاحظة :

⋆ متغيران عشوائيان مرتبطان بتجربتين مختلفتين مستقلان .

تمرين تطبيقي «①» :

صندوق به 3 قريصات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و 3 قريصات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3

نسحب عشوائيا قريصة واحدة من الصندوق ، ليكن X المتغير العشوائي حيث $X=1$ القريصة المسحوبة بيضاء و إلا $X=0$. و ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة برقم القريصة المسحوبة .

① عرف قانون الاحتمال لكل من X و Y .

② برهن أن X و Y مستقلان .

تمرين تطبيقي «②» :

في مسابقة يجيب مترشح عن عدد من الاسئلة و يشار للجواب الصحيح بالعدد 1 و للخاطيء بالعدد 0 .

نعتبر الحادثتين :

A : ليس للأجوبة نفس الإشارة B : جواب واحد على الأكثر له إشارة 0 .

تقويم

① إذا كان عدد الأسئلة اثنين ، هل A و B مستقلتان ؟

② إذا كان عدد الأسئلة ثلاثة ، هل A و B مستقلتان ؟

حل التمرين 62صفحة 227

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

الاحتمالات الكلية :

❶ تجزئة مجموعة :

⋆ نسمي تجزئة مجموعة أجزاء لهذه المجموعة كلها ليست خالية ، منفصلة مثنى مثنى (لا يوجد جزءان لهما عنصر مشترك) و اتحادهما المجموعة الكلية .

① $A_i \neq \varnothing$

② $A_i \cap A_j = \varnothing$

③ $A_1 \cup A_2 \cup ..... \cup A_n = \Omega$

❷ دستور الاحتمالات الكلية :

بناء المفاهيم:

⋆ لتكن A_1 ، A_2 ، ..... ، A_n حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة Ω .

لدينا من أجل كل حادثة B :

$$p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + ... + p(A_n \cap B)$$

مع : $p(A_k \cap B) = p(A_k).p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث : $1 \leq k \leq n$

لاحظ أن : $\{A_k \cap B ; 1 \leq k \leq n\}$ تشكل تجزئة للحادثة B .

ملاحظة :

⋆ قانون الاحتمالات الكلية يمكن ترجمته على شجرة الاحتمالات كما يلي :

احتمال الحادثة E هو مجموع احتمالات المسارات المؤدية للحادثة E .

مثال : تلميذ في قسم نهائي علوم تجريبية يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية .

فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في شهادة البكالوريا هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$.

ـ ما هو احتمال نجاحه في البكالوريا ؟

حل :

نضع : A : النجاح في البكالوريا ، B : النجاح في المواد العلمية

C : النجاح في المواد الأدبية .

نجد من المعطيات : $p(B) = p(C) = \frac{1}{2}$ ، $p_B(A) = \frac{1}{3}$ ، $p_C(A) = \frac{1}{4}$

و بالتالي : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap C) = p_B(A).p(B) + p_C(A).p(C) = \frac{7}{24}$

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

تمرين تطبيقي «①» :

(A) ، (B) ، (C) ثلاث صناديق حيث :

الصندوق (A) يحتوي على 3 كريات حمراء و 5 كريات سوداء .

الصندوق (B) يحتوي على كريتين حمراوين و كرية سوداء .

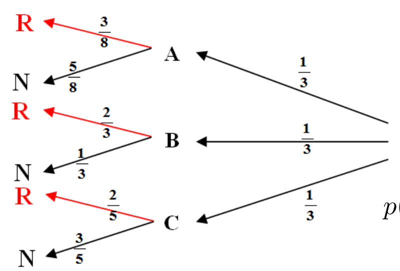
الصندوق (C) يحتوي على كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء .

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

ـ إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟

الحـــل :

نرمز للكرية الحمراء بـ : R و للكرية السوداء بـ : N و ننشيء شجرة الاحتمالات



ـ احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A)

هو : $p(A\cap R)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$

ـ احتمال سحب كرية حمراء هو :

$p(R)=p(A\cap R)+p(B\cap R)+p(C\cap R)$

هناك ثلاث مسارات تأودي إلى كرية حمراء

و عليه $p(R)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{173}{360}$

إذن : $p_R(A)=\frac{p(A\cap R)}{p(R)}=\frac{173}{45}$

تمرين تطبيقي «②» :

يتكون مصنع لانتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث تساهم بـ %30 ، %60 ، %10 على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع و احتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في الأقسام الثلاثة هي : $0,75$ ، $0,85$ ، $0,90$ على الترتيب .

ـ ما هو احتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال ؟

الحـــل :

نضع : F : الثلاجة صالحة للاستعمال في هذا المصنع

C_i : الثلاجة أنتجت في القسم i مع : $i\in\{1,2,3\}$

لدينا : $p(F)=p(C_1\cap F)+p(C_2\cap F)+p(C_3\cap F)$

و عليه : $p(F)=p_{C_1}(F)p(C_1)+p_{C_2}(F)p(C_2)+p_{C_3}(F)p(C_3)$

أي : $p(F)=0,75\times 0,3+0,85\times 0,6+0,90\times 0,1=0,822$

تقويم

حل التمرين 65صفحة 228

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　　الأستاذ: بلبحري كمال　　　المادة : رياضيات

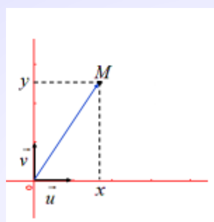
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: - التعرف على بعض الرموز و الإصطلاحات - التمثيل الهندسي لعدد مركب .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالمجموعات الجزئية للمجموعة $\mathbb{R}$. **نشاط:** نفرض أن a عدد حقيقي موجب تماما و منه : المعادلة $x^2+a=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ - نعتبر المجموعة $\mathbb{C}$ حيث : $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ و كل خواص العميات المعروفة في $\mathbb{R}$ توظف بنفس الطريقة في $\mathbb{C}$ - لنتخيل عنصرا i من $\mathbb{C}$ يحقق : $i^2=-1$ ❶ برر لماذا العنصر i ليس حقيقيا ؟ ❷ بين أن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ ينتميان إلى $\mathbb{C}$ ثم تحقق أنهما حلان للمعادلة $x^2+a=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ ❸ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلتين : $x^2+x-1=0$ و $x^2+x+1=0$ **مناقشة النشاط:** ❶ إذا افترضنا أن $i\in\mathbb{R}$ فإن : $i^2\in\mathbb{R}_+$ و هذا تناقض . إذن : الإفتراض خاطيء و بالتالي : i ليس عددا حقيقيا . ❷ لدينا : $a\in\mathbb{R}_+^*$ و عليه : $\sqrt{a}\in\mathbb{R}$ و $-\sqrt{a}\in\mathbb{R}$ و بما أن : $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ فإن : $\sqrt{a}\in\mathbb{C}$ و $-\sqrt{a}\in\mathbb{C}$ و لدينا : i عنصر من $\mathbb{C}$ إذن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ ينتميان إلى $\mathbb{C}$ لدينا : $(i\sqrt{a})^2+a=i^2a+a=-a+a=0$ و كذلك : $(-i\sqrt{a})^2+a=i^2a+a=-a+a=0$ إذن : $i\sqrt{a}$ و $-i\sqrt{a}$ هما حلان للمعادلة $x^2+a=0$ في $\mathbb{C}$ ❸ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلتين : $x^2+x-1=0$ و $x^2+x+1=0$ **تعريف:** نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث: x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$ **ملاحظات وترميز:** ⋆ نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بـ : $\mathbb{C}$ ⋆ العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز : $Re(z)$ ⋆ العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z و نرمز له بالرمز : $Im(z)$ ⋆ إذا كان $y=0$ نقول إن العدد z حقيقي . ⋆ إذا كان $x=0$ نقول إن العدد z تخيلي صرف (أو تخيلي بحت أو تخيلي محض)		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم	⋆ يكون العدد المركب z معدوما إذا و فقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما أي : $z=0$ يعني : $x=0$ و $y=0$ ⋆ الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z ⋆ يتساوى عددان مركبان z و z' إذا و فقط إذا كان لهما نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي . نضع : $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ لدينا $z=z'$ معناه : $x=x'$ و $y=y'$ تمرين تطبيقي «①» : عين $Re(z)$ و $Im(z)$ في كل حالة : ❶ $z=3+2i$ ❷ $z=i-2\sqrt{3}$ ❸ $z=\sqrt{3}$ ❹ $z=2i$ تمرين تطبيقي «②» : z عدد مركب حيث : $z=(x^2+x)+i(x^2+y-1)$ - عين العددين الحقيقيين x و y حتى يكون العدد المركب z معدوما . التمثيل الهندسي لعدد مركب : تعريف: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لكل نقطة $M(x;y)$ من المستوي نرفق العدد المركب $z=x+iy$  ⋆ نقول إن النقطة M هي صورة العدد المركب z ، و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يسمى كذلك صورة العدد المركب z ⋆ كل نقطة M هي صورة عدد مركب وحيد $z=x+iy$ و نقول إن z لاحقة النقطة M و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ ⋆ محور الفواصل يسمى المحور الحقيقي و محور التراتيب يسمى المحور التخيلي ⋆ المستوي يسمى المستوي المركب مثال: - لاحقة النقطة $A(1;-3)$ هي : $z_A=1-3i$ - إحداثيا النقطة B ذات اللاحقة $z_B=2+\sqrt{3}i$ هي : $B(2;\sqrt{3})$ تمرين تطبيقي: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، x و y عددان حقيقيان . لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث : $z=x^2+y(1+i)-i$ - عين المجموعة (S) بحيث يكون z حقيقيا .		
تقويم	حل التمرين 02 و04 صفحة 144		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

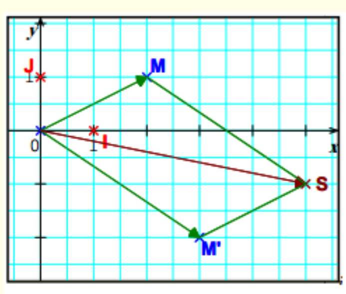
المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – العمليات الحسابية على الأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالمجموعات الجزئية للمجموعة $\mathbb{R}$. **العمليات في مجموعة الأعداد المركبة :** **مجموع وجداء عددين مركبين :** **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z = x + iy$ ($x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$) و z' عدد مركب حيث : $z' = x' + iy'$ ($x' \in \mathbb{R}$ و $y' \in \mathbb{R}$) ⋆ مجموع العددين z و z' هو العدد المركب : $$z + z' = x + x' + i(y + y')$$ ⋆ جداء العددين z و z' هو العدد المركب : $$z.z' = xx' - yy' + i(xy' + x'y)$$ **ملاحظة:** ⋆ قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$ **أمثلة:** • $(1 - i) + (3 + 2i) = 1 + 3 + i(-1 + 2) = 4 + i$ • $(1 + 3i)(2 + i) = 2 + i + 6i + 3i^2 = -1 + 7i$ **التفسير الهندسي لمجموع عددين مركبين :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ z لاحقة النقطة M و z' لاحقة النقطة M' ⋆ المجموع $z + z'$ هو لاحقة النقطة S حيث : $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'}$ أي : $\overrightarrow{OS}$ هو محصلة الشعاعين $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$  		

ملاحظات	المدة	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
		ملاحظات: ⋆ إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و كان z' لاحقة الشعاع $\vec{v}$ فإن : $z+z'$ هو لاحقة $\vec{u}+\vec{v}$ ⋆ إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ و كان k عددا حقيقيا فإن : kz هو لاحقة $k\vec{u}$ ⋆ شعاعان متساويان لهما نفس اللاحقة . **لاحقة شعاع ـ لاحقة مرجح :** **خاصية:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب . • $z_B - z_A$ هي لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ • α و β عددان حقيقيان حيث : $\alpha+\beta \neq 0$ ، G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ لاحقة النقطة G هي : $\dfrac{\alpha z_A + \beta z_B}{\alpha+\beta}$ **تمرين تطبيقي «①» :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_A = 1-3i$ ، $z_B = 3+i$ و $z_C = 2+2i$ ـ عين لواحق الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ **تمرين تطبيقي «②» :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A = 3i$ ، $z_B = -3i$ و $z_C = 2-3i$ ① عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,-2)\}$ ② عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $AM^2 + 2BM^2 - 2CM^2 = 25$	بناء المفاهيم:
		حل التمرين 20 و26 صفحة 145 حل التمرين 88 و89 صفحة 150	تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول	الأستاذ: بلبحري كمال	المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – استعمال خواص مرافق عدد مركب .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل الجبري لعدد مركب . **نشاط:** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ $M(x;y)$ نقطة من المستوي لاحقتها z M' نظيرة M بالنسبة إلى محور الفواصل ، نرمز للاحقتها بـ $\overline{z}$ ❶ اكتب z و $\overline{z}$ على الشكل الجبري ثم احسب $z+\overline{z}$ ، $z-\overline{z}$ و $z\overline{z}$ ❷ اجعل مقام العدد المركب $\dfrac{1+i}{2+3i}$ عددا حقيقيا ثم اكتبه على الشكل الجبري . **مناقشة النشاط:** ❶ لدينا $M(x;y)$ ومنه : $M'(x;-y)$ و بالتالي : $z=x+iy$ و $\overline{z}=x-iy$ $z+\overline{z}=2x$ $\quad z-\overline{z}=2iy$ $\quad z\overline{z}=x^2+y^2$ ❷ لدينا : $\dfrac{1+i}{2+3i}=\dfrac{(1+i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)}=\dfrac{5}{13}-\dfrac{1}{13}i$ **مرافق عدد مركب :** **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) العدد المركب : $x-iy$ و الذي نرمز له : $\overline{z}$ يسمى مرافق العدد المركب z **ملاحظة:** ⋆ للحصول على مرافق عدد مركب z نغير إشارة الجزء التخيلي . **أمثلة:** $\overline{2+3i}=2-3i$ $\quad \overline{1-5i}=1+5i$ $\quad \overline{2i}=-2i$ $\quad \overline{-3}=-3$ **تمرين تطبيقي :** اكتب على الشكل الجبري الأعداد المركبة التالية : ❶ $z_1=\dfrac{4-6i}{3+2i}$ $\quad$ ❷ $z_2=\dfrac{5+15i}{1+2i}$ $\quad$ ❸ $z_3=\dfrac{3+2i}{(1+i)(-6-5i)}$ **مقلوب عدد مركب :** **مبرهنة:** كل عدد مركب غير معدوم z له مقلوب في $\mathbb{C}$ يرمز له : $\dfrac{1}{z}$		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**خواص مرافق عدد مركب :** خواص: ❖ $\overline{\overline{z}} = z$ ❖ $z + \overline{z} = 2Re(z)$ ❖ $z - \overline{z} = 2iIm(z)$ ❖ $z\overline{z} = (Re(z))^2 + (Im(z))^2$ **المرافق والعمليات :** z عددا مركبا و مرافقه $\overline{z}$ ، z' عددا مركبا و مرافقه $\overline{z'}$ ❖ $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$ ❖ $\overline{zz'} = \overline{z}.\overline{z'}$ ❖ $\overline{z^n} = \overline{z}^n$ مع: $n \in \mathbb{N}^*$ ❖ $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\overline{z}}$ مع: $z \neq 0$ ❖ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ مع: $z' \neq 0$ **البرهان:**		
تقويم	**تمرين تطبيقي «①» :** نضع : $z_1 = \frac{3-i}{2+5i}$ و $z_2 = \frac{3+i}{2-5i}$ ❶ بدون إجراء الحساب برر أن $z_1 + z_2$ هو عدد حقيقي و $z_1 - z_2$ هو عدد تخيلي صرف . ❷ احسب $z_1 + z_2$ و $z_1 - z_2$ ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب z_1 **حل التمرين التطبيقي «①» :** ❶ لدينا : $z_2 = \overline{z_1}$ و منه : $z_1 + z_2 = z_1 + \overline{z_1} = 2Re(z_1)$ و $z_1 - z_2 = z_1 - \overline{z_1} = 2iIm(z_1)$ ❷ $z_1 + z_2 = \frac{(3-i)(2-5i)+(3+i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{2}{29}$ $z_1 - z_2 = \frac{(3-i)(2-5i)-(3+i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{-34i}{29}$ إذن : $z_1 = \frac{1}{29} - \frac{17}{29}i$ **تمرين تطبيقي «②» :** ليكن كثير الحدود P للمتغير المركب z المعرف بـ : $P(z) = z^3 + z^2 - 2$ ❶ أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z : $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$ ❷ احسب $P(1)$ و $P(-1-i)$ ❸ عين جذور $P(z)$ **حل التمرين التطبيقي «②» :** ❶ لدينا : $\overline{P(z)} = \overline{z^3 + z^2 - 2} = \overline{z^3} + \overline{z^2} - \overline{2} = (\overline{z})^3 + (\overline{z})^2 - 2 = p(\overline{z})$ ❷ $P(1) = 0$ و $p(-1-i) = 2i(-1-i) + 2i - 2 = 0$ ❸ لدينا : $p(-1-i) = 0$ و منه : $\overline{p(-1-i)} = 0$ و بالتالي : $p(\overline{-1-i}) = 0$ أي : $p(-1+i) = 0$. حل التمرين 16و17صفحة 145 حل التمرين 102و106صفحة 152		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – حساب طويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: طويلة عدد مركب : **تعريف:** z عدد مركب حيث : $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمز له : $\boxed{\|z\|}$ حيث : $\boxed{\|z\|=\sqrt{x^2+y^2}}$ **أمثلة:** • $\|2+3i\|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ • $\|-3+4i\|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$ التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب : المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ z عدد مركب حيث : $z=x+iy$ صورته M إذن : $\boxed{OM=\|z\|}$ **ملاحظات:** ⋆ $z.\overline{z}=x^2+y^2=\|z\|^2$ ⋆ A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب : $AB=\|z_B-z_A\|$ **خواص:** من أجل كل عددين مركبين z و z' ❖ $\|\overline{z}\|=\|z\|$ ❖ $\|-z\|=\|z\|$ ❖ $\|z.z'\|=\|z\|.\|z'\|$ ❖ $\|\frac{z}{z'}\|=\frac{\|z\|}{\|z'\|}$ مع : $z'\neq 0$ ❖ $\|z^n\|=\|z\|^n$ ❖ $\|z+z'\|\leq\|z\|+\|z'\|$ **أمثلة:** ❖ $\|(1+i)(2+3i)\|=\|1+i\|\|2+3i\|=\sqrt{2}\sqrt{13}=\sqrt{26}$ ❖ $\|\frac{3-4i}{\sqrt{3}-i}\|=\frac{\|3-4i\|}{\|\sqrt{3}-i\|}=\frac{5}{2}$ ❖ $\|(-1+2i)^4\|=\|-1+2i\|^4=(\sqrt{5})^4=25$		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

توظيف طويلة عدد مركب لتعيين مجموعة نقط :

تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z :

❶ $|z+1+2i| = |z-4|$ ❷ $|z-3i| = 2$ ❸ $|2z-i| = 2$

عمدة عدد مركب غير معدوم :

نشاط:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

z عدد مركب حيث : $z = \sqrt{3}+i$ و M صورته .

❶ احسب $|z|$ ثم استنتج $\cos(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$ و $\sin(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

❷ استنتج قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

بناء المفاهيم:

تعريف:

z عدد مركب غير معدوم حيث : $z = x+iy$ ($x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

لتكن M صورة z .

نسمي عمدة العدد المركب z كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

و نرمز لها : $arg(z)$

ملاحظات:

❖ كل عدد مركب غير معدوم له عدد غير منته من العمد

أي : إذا كانت θ عمدة لـ z فإن $\theta+2k\pi$ عمدة له .

❖ العدد 0 ليس له عمدة لأن صورته هي مبدء المعلم و الزاوية $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO})$ غير معروفة .

❖ A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب .

$(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}) - (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA})$ أي : $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}) = arg(z_B) - arg(z_A)$

❖ $arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$

تمرين تطبيقي : عين عمدة للأعداد المركبة التالية :

① $z_A = 1+\sqrt{3}i$ ② $z_B = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

③ $z_C = -3i$ ④ $z_D = 6$

ـ استنتج قيسا بالراديان لكل من الزاويتين الموجهتين $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ و $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$

تقويم

طريقة: إذا كانت θ عمدة للعدد المركب z مع: $z = x+iy$ و $z \neq 0$

فإن : $\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x}{r} \\ \sin\theta = \dfrac{y}{r} \end{cases}$ حيث : $|z| = r$

حل التمرين 30 صفحة 146

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول   الأستاذ: بلبحري كمال   المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – الإنتقال من الشكل الجبري إلى المثلثي و العكس .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	(انظر أدناه)		

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية: التذكير بطويلة و عمدة عدد مركب غير معدوم .

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم :

تمهيد:

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$ تعلم نقطة M بإحداثياتها الديكارتية $M(x;y)$ أو بإحداثياتها القطبية $M(r;\theta)$

حيث : $OM=r$ و $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})=\theta$

نضع : $z=x+iy$ و لدينا $\cos\theta=\dfrac{x}{r}$ و $\sin\theta=\dfrac{y}{r}$ إذن : $x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$

و بالتالي : $z=r\cos\theta+ir\sin\theta$ أي: $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

تعريف: z عدد مركب غير معدوم .

تسمى الكتابة : $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ بالشكل المثلثي للعدد المركب z

حيث : $r=|z|$ و $\theta=arg(z)$

ملاحظات:

⋆ يكون عددان مركبان مكتوبان على الشكل المثلثي متساويين إذا و فقط إذا كانت لهما نفس الطويلة و عمدتان متوافقتان بترديد 2π

⋆ إذا كان $r<0$ فإن الكتابة $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ لا تمثل الشكل المثلثي .

تمرين تطبيقي «①» : اكتب الشكل المثلثي للأعداد المركبة :

① $z_1=1+\sqrt{3}i$ ② $z_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

③ $z_3=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $z_4=-\sqrt{6}+i\sqrt{2}$

تمرين تطبيقي «②» : اكتب الشكل المثلثي للعدد المركب z في كل حالة :

① $z=4(\cos(\dfrac{\pi}{4})-i\sin(\dfrac{\pi}{4}))$ ② $z=-3(\cos(\dfrac{\pi}{3})+i\sin(\dfrac{\pi}{3}))$

③ $z=\sqrt{5}(\sin(\dfrac{\pi}{6})+i\cos(\dfrac{\pi}{6}))$ ④ $z=-\sin(\dfrac{\pi}{6})+i\cos(\dfrac{\pi}{6})$

طريقة: نستعمل الدائرة المثلثية لاستخراج بعض العلاقات المثلثية .

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	حل التمرين التطبيقي «②» : ① $z = 4(\cos(\frac{\pi}{4}) - i\sin(\frac{\pi}{4})) = 4(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4}))$ ② $z = -3(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3})) = 3(-\cos(\frac{\pi}{3}) - i\sin(\frac{\pi}{3}))$ نعلم أن : $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$ و $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$ إذن : $z = 3(\cos(\pi + \frac{\pi}{3}) + i\sin(\pi + \frac{\pi}{3})) = 3(\cos(\frac{4\pi}{3}) + i\sin(\frac{4\pi}{3}))$ ③ $z = \sqrt{5}(\sin(\frac{\pi}{6}) + i\cos(\frac{\pi}{6}))$ نعلم أن : $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$ و $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$ إذن : $z = \sqrt{5}(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6})) = \sqrt{5}(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$ ④ $z = -\sin(\frac{\pi}{6}) + i\cos(\frac{\pi}{6})$ نعلم أن : $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x)$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$ إذن : $z = \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) = \cos(\frac{2\pi}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3})$ تمرين تطبيقي «③» : اكتب على الشكل الجبري للعدد المركب z : $z = \frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{4}) + i\sin(\frac{5\pi}{4})\right)$ حل التمرين التطبيقي «③» : $z = \frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{4}) + i\sin(\frac{5\pi}{4})\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos(\pi + \frac{\pi}{4}) + i\sin(\pi + \frac{\pi}{4})\right)$ و منه $z = \frac{\sqrt{6}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$		
تقويم	حل التمرين 45 صفحة 147		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص العمدة لحل مسائل .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم . **خواص عمدة عدد مركب غير معدوم :** **خواص:** z و z' عددان مركبان غير معدومين . ❖ $arg(z.z') = arg(z) + arg(z')$ ❖ $arg\left(\frac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z')$ ❖ $arg(z^n) = narg(z)$ مع: $n \in \mathbb{N}^*$ ❖ $arg(\overline{z}) = -arg(z)$ مع : $\overline{z}$ هو مرافق العدد المركب z **البرهان :** **نتيجة:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C ثلاث نقط لواحقها z_A ، z_B و z_C على الترتيب . $$arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB}) - (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$$ **تمرين تطبيقي «①» :** z_1 و z_2 عددين مركبين حيث : $z_1 = 1 + i$ و $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ① اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي . ② اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي . ③ استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ **تمرين تطبيقي «②» :** z عدد مركب حيث : $z = 1 - i$ ① عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z^n عددا حقيقيا . ② عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z^n عددا تخيليا صرفا . **طريقة:** z عدد مركب غير معدوم و n عدد طبيعي . ✍ z^n حقيقي معناه : $arg(z^n) = k\pi$ مع: $k \in \mathbb{Z}$ ✍ z^n تخيلي صرف معناه : $arg(z^n) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ مع: $k \in \mathbb{Z}$		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم: تقويم	توظيف خواص العمدة لتعيين مجموعة نقط : تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z : ① $arg(z-2i)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ ② $arg(z-1-i)=\frac{\pi}{4}+k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ ③ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ ④ $arg(z)=arg(\overline{z})$ حل التمرين التطبيقي : ① $arg(z-2i)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ لتكن A نقطة من المستوي لاحقتها $z_A=2i$ ومنه : مجموعة النقط M هي نصف مستقيم $[AM)$ ما عدا النقطة A حيث : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{AM})=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ حالات خاصة : ⋆ $arg(z)=2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Ox)$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=\pi+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Ox')$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Oy)$ ما عدا النقطة O ⋆ $arg(z)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف مستقيم $[Oy')$ ما عدا النقطة O ② $arg(z-1-i)=\frac{\pi}{4}+k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ لتكن B نقطة من المستوي لاحقتها $z_B=1+i$ ومنه : مجموعة النقط M هي مستقيم (BM) ما عدا النقطة B حيث : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{BM})=\frac{\pi}{4}$ حالة خاصة : ⋆ $arg(z)=\frac{\pi}{4}+k\pi$: M هي المنصف الأول باستثناء النقطة O . ③ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ لتكن A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A=i$ و $z_B=1+i$ ومنه : مجموعة النقط M هي دائرة قطرها $[AB]$ ما عدا النقطتين A و B . حالة خاصة : ⋆ $arg\left(\frac{z-i}{z+1-i}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$: M هي نصف دائرة قطرها $[AB]$ ما عدا النقطتين A و B . ④ $arg(z)=arg(\overline{z})$ أي : $arg(z)=-arg(z)$ ومنه: $2arg(z)=0+2k\pi$ ومنه : $arg(z)=k\pi$ أي : $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})=k\pi$ ومنه : مجموعة النقط M هي حامل محور الفواصل (xx') ما عدا المبدأ O . حل التمرين 46 صفحة 147 حل التمرين 121و123صفحة 154		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول   الأستاذ: بلبحري كمال   المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – الإنتقال من الشكل الجبري إلى الأسي و العكس .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم . **نشاط:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ z_0 عدد مركب طويلته 1 و لتكن θ عمدة له إذن : $z_0=\cos\theta+i\sin\theta$ لتكن f الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي θ العدد المركب z_0 أي: $f(\theta)=\cos\theta+i\sin\theta$ ① احسب $f(\theta+\theta')$ و $f(\theta).f(\theta')$ حيث : θ و θ' عددان حقيقيان . **إرشاد** : استخدم دستوري الجمع $\cos(\theta+\theta')=\cos\theta.\cos\theta'-\sin\theta.\sin\theta'$ و $\sin(\theta+\theta')=\sin\theta.\cos\theta'+\sin\theta'.\cos\theta$ ② ماذا تستنتج ؟ **تعريف: (ترميز أولر)** نضع : $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ هذا الترميز يسمى ترميز أولر . حيث : $e^{i\theta}$ عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له . **الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم :** **تعريف:** العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له . يكتب : $z=re^{i\theta}$ هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z . **مثال:** $z=1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ **تمرين تطبيقي «①»** : عين الشكل الأسي للأعداد المركبة : ① $z_1=-3-3i$ ② $z_2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $z_3=2i$ ④ $z_4=-3$ **تمرين تطبيقي «②»** : اكتب الشكل الجبري العدد المركب z في كل حالة : ① $z=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ② $z=6e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ③ $z=3e^{-i\frac{\pi}{2}}$		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

خواص: θ و θ' عددان حقيقيان .

❖ $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}.e^{i\theta'}$　　❖ $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$　　❖ $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$

مثال :

z_1 و z_2 عددين مركبين حيث : $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

لدينا : $\frac{z_1}{z_2} = \frac{4e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}} = 2e^{i(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6})} = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

دستور موافر :

z عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له . من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا :

$(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ أي : $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

تمرين تطبيقي : باستعمال دستور موافر اكتب على الشكل الأسي العدد المركب z حيث : $z = (1-i)^8$

توظيف الشكل الأسي لتعيين مجموعة نقط :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي .

M_0 نقطة لاحقتها العدد المركب z_0 .

◗ مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z حيث : $z = z_0 + re^{i\theta}$ هي :

① دائرة مركزها M_0 و نصف قطرها r من أجل : r ثابت و θ متغير .

② نصف مستقيم $[M_0M)$ ما عدا النقطة M_0 حيث $(\vec{u};\overrightarrow{M_0M}) = \theta$ من أجل : r متغير و θ ثابت.

تمرين تطبيقي : عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة العدد المركب z :

① $z = 1+i+2e^{i\theta}$; $\theta \in \mathbb{R}$　　② $z = 1+i+2e^{i\theta}$; $\theta \in]0;\pi]$

③ $z = 2-2i+re^{i\frac{\pi}{3}}$; $r \in \mathbb{R}_+^*$

تقويم

حل التمرين التطبيقي:

① دائرة مركزها C ذات اللاحقة $z_C = 1+i$ و نصف قطرها 2 .

② M تمسح نصف الدائرة التي قطرها $[AB]$ حيث : A و B نقطتان من المستوي لاحقتيهما $z_C + r$ و $z_C - r$.

③ نصف المستقيم $[DM)$ حيث : $(\vec{u};\overrightarrow{DM}) = \frac{\pi}{3}$ مع : D نقطة لاحقتها $z_D = 2-2i$.

حل التمرين 54 و55 صفحة 147

حل التمرين 131 و132 صفحة 155

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص الطويلة و العمدة لحل مسائل في الهندسة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:			

⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية .

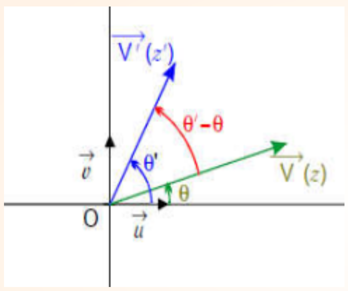
توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الهندسة:

خاصية «①»:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OM'}$ لاحقتاهما z و z' على الترتيب .

حيث : $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

و $z'=r'(\cos\theta'+i\sin\theta')$



⋆ $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})=arg(z)=\theta$ و $(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})=arg(z')=\theta'$

⋆ $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'})=(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{u})+(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})=(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM'})-(\overrightarrow{u};\overrightarrow{OM})$

إذن : $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'})=arg(z')-arg(z)=\theta'-\theta$

خاصية «②»:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

النقط A ، B ، C و D لواحقها z_A ، z_B ، z_C و z_D على الترتيب .

• $\left|\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right|=\dfrac{|z_B-z_A|}{|z_D-z_C|}=\dfrac{AB}{CD}$

• $arg\left(\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right)=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{CD})=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{OI})$

إذن : $arg\left(\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_C}\right)=(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{AB})$

نتائج:

⋆ تكون النقط A ، B و C في استقامية إذا كان العدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ حقيقيا .

⋆ يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين إذا كان العدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ تخيليا صرفا .

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقط A ، B ، C و D لواحقها $z_A=-i\sqrt{3}$ ، $z_B=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_C=-3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ على الترتيب . ❶ أعط تفسيرا هندسيا لطويلة و عمدة العدد المركب : $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ❷ ما هي طبيعة المثلث ABC ❸ بين أن النقط A ، B و D على استقامة واحدة . **حل التمرين التطبيقي:** ❶ لدينا : $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ • $\left\|\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\|=\dfrac{\|z_B-z_A\|}{\|z_C-z_A\|}=\dfrac{AB}{AC}$ • $arg\left(\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AC})=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$ ❷ طبيعة المثلث ABC : لدينا : $\dfrac{AB}{AC}=1$ أي : $AB=AC$ و $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=-\dfrac{\pi}{3}$ إذن : المثلث ABC متقايس الأضلاع . ❸ تبيان أن النقط A ، B و D على استقامة واحدة : $\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=2$ أي : $z_B-z_A=2(z_D-z_A)$ أي : $z_{\overrightarrow{AB}}=2z_{\overrightarrow{AD}}$ إذن : النقط A ، B و D على استقامة واحدة .		
تقويم	حل التمرين 116 صفحة 153 .		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　　الأستاذ: بلبحري كمال　　　المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة
الكفاءات المستهدفة: - حل معادلات من الدرجة الثانية - حل معادلات يأول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . **الجذران التربيعيان لعدد مركب :** **تعريف:** z عدد مركب غير معدوم . الجذر التربيعي للعدد المركب z هو العدد المركب w حيث : $z = w^2$ **مثال:** ◆ $(3i)^2 = -9$ و $(-3i)^2 = -9$ أي : الجذران التربيعيان للعدد -9 هما : $-3i$ و $3i$ ◆ $(i\sqrt{5})^2 = -5$ و $(-i\sqrt{5})^2 = -5$ أي : الجذران التربيعيان للعدد -5 هما : $-i\sqrt{5}$ و $i\sqrt{5}$ ◆ الجذران التربيعيان للعدد $3-4i$ هما : $2-i$ و $-2+i$ **ملاحظة:** كل عدد مركب غير معدوم يقبل جذرين تربيعيين متناظرين . **البحث عن الجذرين التربيعيين لعدد مركب :** $z = a+ib$ عدد مركب و $w = x+iy$ جذر تربيعي له أي : $w^2 = z$ $w^2 = z$ معناه : $\begin{cases} \lvert w^2\rvert = \lvert z\rvert \\ Re(w^2) = Re(z) \\ Im(w^2) = Im(z) \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} x^2+y^2 = \sqrt{a^2+b^2} \\ x^2-y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$ **تمرين تطبيقي :** جد الجذور التربيعية للأعداد المركبة التالية : $4 \;;\; 2i \;;\; -8+6i$ **تمرين تطبيقي :** ◆ الجذور التربيعية للعدد $-8+6i$ يعني حل المعادلة $w^2 = -8+6i$ مع: $w = x+iy$ **ملاحظة:** ◆ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 = z_0$ يعني : تعيين الجذرين التربيعيين للعدد z_0		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**المعادلات من الدرجة الثانية بمعاملات حقيقية :** **مبرهنة:** لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z : $az^2+bz+c=0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية و $a \neq 0$. لدينا $\Delta = b^2-4ac$ مميز هذه المعادلة . ♦ إذا كان $\Delta = 0$: المعادلة تقبل حلا مضاعفا $z_0 = \frac{-b}{2a}$ ♦ إذا كان $\Delta > 0$: المعادلة تقبل حلين حقيقيين مختلفين هما : $z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ♦ إذا كان $\Delta < 0$: المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما : $z_1 = \frac{-b-w}{2a}$ و $z_2 = \frac{-b+w}{2a}$ حيث : w جذر تربيعي لـ Δ **تمرين تطبيقي :** حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية : ① $z^2-z+1=0$ ② $z^2-2z+3=0$ **معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية :** **تمرين تطبيقي :** نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) التالية : $z^3-3z^2+5z-3=0$ ① تحقق أن العدد 1 هو حل للمعادلة (E) ② عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد مركب z : $z^3-3z^2+5z-3=(z-1)(z^2+az+b)$ ③ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)		
تقويم	حل التمرين 56و 60و 61 صفحة 148 حل التمرين 146و 151صفحة 157		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على الانسحاب و عناصره المميزة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية .		
بناء المفاهيم:	الانسحاب: **تعريف:** الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}$ هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$ **خواص:** • صورة ثنائية $(A;B)$ بالانسحاب هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ • الانسحاب تقايس . **الأعداد المركبة والانسحاب:** في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ **نشاط:** نعتبر الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}$ ذو اللاحقة العدد المركب b لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالانسحاب . ❶ عينلاحقة الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ ❷ اكتب z' بدلالة z **خاصية:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = z + b$ (b عدد مركب) هو انسحاب شعاعه $\overrightarrow{u}$ صورة b		
تقويم	**مثال «①» :** ⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = z + 1 - i$ هو : انسحاب شعاعه $\overrightarrow{u}(1;-1)$ **مثال «②» :** ⋆ العبارة المركبة للانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{u}(2;3)$ هي : $z' = z + 2 + 3i$ حل التمرين 70 و71 صفحة 149		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على التحاكي و عناصره المميزة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . التحاكي: **تعريف:** Ω نقطة ثابتة و k عدد حقيقي غير معدوم . التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{\Omega M'} = k.\overrightarrow{\Omega M}$ مع: $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ **خواص:** • صورة ثنائية $(A;B)$ بالتحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ • إذا كانت M' صورة M بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته k فإن النقط M ، M' و O في استقامية . • نلاحظ أنه إذا كان $\|k\| \neq 1$ فإن: $A'B' \neq AB$ إذن : التحاكي ليس تقايسا . • صورة شكل هندسي مساحته S بتحاك نسبته k هو شكل هندسي مساحته S' حيث : $S' = k^2.S$ **الأعداد المركبة والتحاكي:** في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ **نشاط:** نعتبر التحاكي h الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و نسبته k مع: $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالتحاكي h . ❶ عين لاحقة الشعاع $\overrightarrow{\Omega M'}$ و لاحقة $\overrightarrow{\Omega M}$ ❷ اكتب z' بدلالة z **خاصية «①»:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = az + b$ مع : a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 و b عدد مركب هو التحاكي الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$ و نسبته a		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**خاصية «②»:** a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 ، Ω نقطة ثابتة من المستوي لاحقتها z_Ω . M نقطة لاحقتها z و M' لاحقتها z' العبارة المختصرة للتحاكي الذي مركزه Ω و نسبته a و الذي يحول M إلى M' هي : $$z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$$ **ملاحظة :** $z' - z_\Omega = a(z - z_\Omega)$ معناه : $z' = az + (1-a)z_\Omega$ معناه : $z' = az + b$ **مثال «①» :** ⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = -\frac{1}{2}z + 1 - i$ هو : تحاكي نسبته $-\frac{1}{2}$ و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{1-i}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} - i\frac{2}{3}$ إذن : $\Omega(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3})$ **مثال «②» :** ⋆ العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 1 - i$ و نسبته 2 هي : $z' = 2z + b$ و منه : $z' = 2z - 1 + i$ ($b = z_\Omega(1-a)$) **مثال «③» :** A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = i$ و $z_B = 2 + i$ على الترتيب . ⋆ لنعين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{3}$: لدينا : $h(B) = B'$ معناه : $z_{B'} - z_A = \sqrt{3}(z_B - z_A)$ و منه : $z_{B'} = \sqrt{3}(z_B - z_A) + z_A$ إذن : $z_{B'} = \sqrt{3}(2 + i - i) + i = 2\sqrt{3} + i$		
تقويم	**تمرين تطبيقي :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = i$ ، $z_B = 3 - 2i$ و $z_C = -1 + 2i$ على الترتيب . ① أعط العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه A و يحول B إلى C ② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالتحاكي h ③ عين (C) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $$z = 3 + i + 2\sqrt{2}e^{i\theta} \qquad \text{مع: } \theta \in \mathbb{R}$$ ④ عين صورة (C) بالتحاكي h حل التمرين 79و 82 صفحة 150 حل التمرين 166و 167 صفحة 160		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول	الأستاذ: بلبحري كمال	المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على الدوران و عناصره المميزة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . الدوران: **تعريف:** Ω نقطة ثابتة و θ عدد حقيقي . الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة Ω بنفسها و يرفق بكل نقطة M من المستوي تختلف عن النقطة Ω النقطة M' من المستوي حيث : $\Omega M = \Omega M'$ و $(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}) = \theta$ **خواص:** • صورة كل ثنائية $(A;B)$ بالدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هي ثنائية $(A';B')$ تحقق : $A'B' = AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'B'}) = \theta$ • الدوران تقايس . • الدوران الذي مركزه Ω و زاويته غير معدومة له نقطة صامدة وحيدة هي Ω **الأعداد المركبة والدوران:** في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ **نشاط:** نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و زاويته θ مع: $\theta \in \mathbb{R}$ لتكن M نقطة لاحقتها z و M' ذات اللاحقة z' هي صورة M بالدوران R . ❶ عين طويلة و عمدة العدد المركب $a = \dfrac{z'-z_\Omega}{z-z_\Omega}$ ثم اكتبه على الشكل الأسي . ❷ اكتب z' بدلالة z **خاصية «①»:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = az + b$ مع : a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 و b عدد مركب هو الدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$ و زاويته $arg(a)$		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

خاصية «②»:

a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 ، Ω نقطة ثابتة من المستوي لاحقتها z_Ω .
M نقطة لاحقتها z و M' لاحقتها z'
العبارة المختصرة للدوران الذي مركزه Ω و زاويته $arg(a)$ و الذي يحول النقطة M إلى M'
هي : $z'-z_\Omega = a(z-z_\Omega)$ حيث : $a=e^{i\theta}$

ملاحظة :

$z'-z_\Omega = a(z-z_\Omega)$ معناه : $z' = az+(1-a)z_\Omega$ معناه : $z' = az+b$

بناء المفاهيم:

مثال «①» :

⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = iz+2-i$
هو : دوران زاويته $arg(i)=\frac{\pi}{2}$ و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{2-i}{1-i} = \frac{3}{2}+i\frac{1}{2}$

مثال «②» :

⋆ العبارة المركبة للدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$
هي : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z+b$ و منه : $z' = \left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z-i$ ($b = z_w(1-a)$)
(يمكن استعمال العبارة المختصرة للحصول على المطلوب)

مثال «③» :

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 1-2i$ و $z_B = 3+2i$ على الترتيب .
⋆ لنعين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$:
لدينا : $R(B) = B'$ معناه : $z_{B'}-z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B-z_A)$
و منه : $z_{B'} = i(z_B-z_A)+z_A$
إذن : $z_{B'} = i(3+2i-1+2i)+1-2i = -3$

تمرين تطبيقي :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$
A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = 3+3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -1+2i$
على الترتيب .

① أعط العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه O و يحول A إلى B
② استنتج طبيعة المثلث ABO
② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالدوران R
③ عين (C) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث :

$$z = 2+i+2e^{i\theta} \qquad \text{مع: } \theta\in\mathbb{R}$$

④ عين صورة (C) بالدوران R

تقويم

حل التمرين 80 و 83 صفحة 150
حل التمرين 162 و 163 صفحة 159

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات ، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير(الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	تطبيقـــات :		
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي :** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. 1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$ 2 علّم النقط A,B,C,D ذات اللواحق على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=3+2\sqrt{3}i$ ، $z_D=\overline{z_C}$. 3 بين أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات الاحقة $Z_\Omega=3$. 4 لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى O . a بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث BEC . b عين طبيعة التحويل T الذي يحول E إلى C و عناصره المميزة . 5 ليكن h التحاكي الذي مركزه R ذو اللاحقة $z_w=-3$ و نسبته 2 . a أعط العبارة المركبة للتحاكي h . b احسب مساحة صورة الدائرة (C) بالتحاكي h .		
تقويم	حل التمرين الثاني بكالوريا 2010 ع ت الموضوع الثاني		

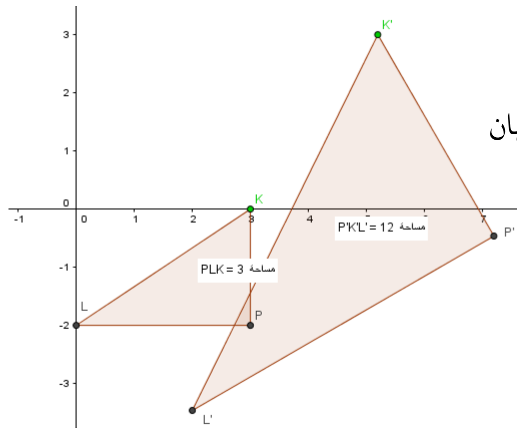
ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة
الكفاءات المستهدفة: - التعرف على التشابه المباشر و عناصره المميزة .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . **مناقشة النشاط 01 صفحة 164:** 1. تعيين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل (S) : $M(x;y)$ صورتها $M'(x';y')$ بالتحويل (S) حيث : $\begin{cases} x' = x\sqrt{3} - y \\ y' = x + y\sqrt{3} \end{cases} \ldots (\bigstar)$ M صامدة معناه : $x = x'$ و $y = y'$ بالتعويض في $(\bigstar)$ نجد : $\begin{cases} x = x\sqrt{3} - y \\ y = x + y\sqrt{3} \end{cases}$ إذن: $(x;y) = (0;0)$ و بالتالي : مجموعة النقط الصامدة هي مبدء المعلم O 2. إثبات أن $A'B' = 2AB$: لدينا : $S(A) = A'$ أي : $\begin{cases} x_{A'} = x_A\sqrt{3} - y_A \\ y_{A'} = x_A + y_A\sqrt{3} \end{cases}$ و لدينا : $S(B) = B'$ أي : $\begin{cases} x_{B'} = x_B\sqrt{3} - y_B \\ y_{B'} = x_B + y_B\sqrt{3} \end{cases}$ بعد التعويض و الحساب نجد: $A'B' = 2AB$ 3. إثبات أن $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB}{CD}$: لدينا : $S(A) = A'$ و $S(B) = B'$ معناه : $A'B' = 2AB$ و لدينا : $S(C) = C'$ و $S(D) = D'$ معناه : $C'D' = 2CD$ إذن : $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB}{CD}$ 4. كتابة z' بدلالة z : نضع : $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ و منه : $x' + iy' = (x\sqrt{3} - y) + i(x + y\sqrt{3}) = x(\sqrt{3} + i) - y(1 - i\sqrt{3})$ $= x(\sqrt{3} + i) + iy(\sqrt{3} + i) = (x + iy)(\sqrt{3} + i)$ إذن : $z' = (\sqrt{3} + i)z$ 5. تعيين طبيعة المثلثين PKL و $P'K'L'$: $S(P) = P'$ أي : $z_{P'} = (\sqrt{3} + i)z_P$ إذن : $z_{P'} = 2 + 3\sqrt{3} + i(3 - 2\sqrt{3})$ $S(K) = K'$ أي : $z_{K'} = (\sqrt{3} + i)z_K$ إذن : $z_{K'} = 3\sqrt{3} + 3i$ $S(L) = L'$ أي : $z_{L'} = (\sqrt{3} + i)z_L$ إذن : $z_{L'} = 2 - 2i\sqrt{3}$		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات



المثلثان PKL و $P'K'L'$ قائمان و متشابهان حيث نسبة التشابه هي 2 .

لدينا : $S_{PKL} = \dfrac{PK.PL}{2} = 3$

و منه ينتج : $S_{P'K'L'} = 4S_{PKL} == 12$

بناء المفاهيم:

التشابه المباشر:

في كل مايلي المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

تعريف:
التشابه المباشر هو كل تحويل نقطي في المستوي يحافظ على نسب المسافات و على الزوايا الموجهة .

العناصر المميزة لتشابه مباشر:

نتيجة:
لتكن A ، B ، C و D نقط متمايزة مثنى مثنى من المستوي و A' ، B' ، C' و D' صورها على الترتيب بالتحويل S
يكون التحويل النقطي S تشابها مباشرا للمستوي إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي موجب تماما k حيث :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{C'D'}{CD} = k \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'B'}) = (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{C'D'})$$

- يسمى العدد الحقيقي k : نسبة التشابه المباشر
- تسمى θ : زاوية التشابه المباشر
- التشابه المباشر يقبل نقطة صامدة وحيدة تسمى Ω : مركز التشابه المباشر

تمرين تطبيقي :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$
$ABCD$ مربع مباشر طول ضلعه 1 و مركزه O حيث : $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = \dfrac{\pi}{2}$
① عين الخصائص المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى O
② عين النسبة و الزاوية للتشابه المباشر S' الذي يحول B إلى O و A إلى D

حل مختصر :

① $S(B)=O$ معناه : $AO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO}) = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z}$.

تقويم

② $OD = \dfrac{\sqrt{2}}{2}BA$ و $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{OD}) = -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z}$.

حل التمرين 10 و 12 صفحة 179

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية .		

التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

S تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ

لتكن O' ذات اللاحقة b صورة مبدأ المعلم O بالتشابه المباشر S

من أجل كل نقطة M لاحقتها z تختلف عن O

فإن M' ذات اللاحقة z' صورة M بالتشابه S تحقق :

$$\begin{cases} O'M' = k.OM...(1) \\ (\overrightarrow{OM};\overrightarrow{O'M'}) = \theta...(2) \end{cases}$$

من (1) لدينا : $|z'-b| = k|z|$

من (2) لدينا: $arg\left(\dfrac{z'-b}{z-0}\right) = \theta$

و عليه : $\begin{cases} |z'-b| = k|z| \\ arg(z'-b) - arg(z) = \theta \end{cases}$ و تكافيء : $\begin{cases} |z'-b| = k|z| \\ arg(z'-b) = arg(z) + \theta \end{cases}$

تكافيء : $z'-b = a.z$ حيث : $|a| = k$ و $arg(a) = \theta$

أي : $a = ke^{i\theta}$ و عليه : $z'-b = ke^{i\theta}.z$ إذن : $z' = ke^{i\theta}.z + b$

إذن : التشابه المباشر S الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z'

بحيث : $z' = ke^{i\theta}.z + b$

خاصية «①»:

كل تشابه مباشر من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل : $z' = az + b$

حيث : a و b عددان مركبان و $a \neq 0$

خاصية «②»:

ليكن S تشابه مباشر نسبته k و زاويته θ و مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω .

M نقطة لاحقتها z صورتها بالتشابه المباشر S هي M' لاحقتها z'

حيث : $z' = ke^{i\theta}.z + b$ لكن : $z_\Omega = ke^{i\theta}.z_\Omega + b$

و بالطرح نجد : $z' - z_\Omega = ke^{i\theta}(z - z_\Omega)$

و هي العبارة المختصرة للتشابه المباشر S الذي مركزه Ω و نسبته k و زاويته θ

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

ملاحظة :

لا توجد تشابهات أخرى كتابتها المركبة تختلف عن $z' = az + b$

مع: $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$

مثال «①» :

⋆ طبيعة التحويل الذي عبارته المركبة : $z' = (1-i)z + 2 - i$

هو : تشابه مباشر نسبته $k = |1-i| = \sqrt{2}$ و زاويته $arg(1-i) = -\frac{\pi}{4}$

و مركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{2-i}{1-1+i} = -1-2i$

مثال «②» :

⋆ العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه w ذات اللاحقة $z_w = 3 - i\sqrt{3}$

و نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

هي : $z' = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}z + b$ و منه : $z' = i\sqrt{3}z - 4\sqrt{3}i$ ($b = z_w(1-a)$)

(يمكن استعمال العبارة المختصرة للحصول على المطلوب)

مثال «③» :

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 5 + 3i$ و $z_B = 5 - 3i$ على الترتيب .

⋆ لنعين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتشابه المباشر S الذي مركزه B و نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$:

لدينا : $S(A) = A'$ معناه : $z_{A'} - z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_A - z_B)$

و منه : $z_{A'} = (-1+i)(z_A - z_B) + z_B$

إذن : $z_{A'} = (-1+i)(5+3i-5+3i) + 5 - 3i = -1 - 9i$

تمرين تطبيقي :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

A ، B و C ثلاث نقط لواحقها $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = 4 + i\sqrt{3}$

على الترتيب .

① أعط العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى C

② استنتج طبيعة المثلث ABC

② عين z_D لاحقة النقطة D صورة C بالتشابه المباشر S

③ عين (C) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث :

$$z = 2 + i + 2e^{i\theta} \qquad \text{مع: } \theta \in \mathbb{R}$$

④ عين صورة (C) بالتشابه المباشر S

تقويم:

حل التمرين 15 و 16 صفحة 179

حل التمرين 43 صفحة 183

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول	الأستاذ: بلبحري كمال	المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – تعيين التحليل القانوني للتشابه المباشر بالأعداد المركبة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالعبارة المركبة للتحويلات النقطية المألوفة . **التحليل القانوني للتشابه المباشر :** في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ليكن h التحاكي الذي نسبته k و مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . و R الدوران الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω و زاويته θ و الذي يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' . $M \xrightarrow{h} M_1 \xrightarrow{R} M'$ أي : M' هي صورة M بالتحويل النقطي $R\circ h$ $h(M)=M_1$ معناه : $z_1-z_\Omega=k(z-z_\Omega)$ و $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_\Omega=e^{i\theta}(z_1-z_\Omega)$ و عليه : $R\circ h(M)=M'$ معناه : $z'-z_\Omega=ke^{i\theta}(z-z_\Omega)$ إذن $R\circ h=S$ معناه : مركب تحاكي و دوران هو تشابه مباشر . - بنفس الطريقة نثبت أن : $h\circ R=S$ **خاصية:** S تشابه مباشر نسبته k ($k\in\mathbb{R}_+^*$) و زاويته θ ($\theta\in\mathbb{R}$) • إذا كان $k=1$ و $\theta=0$ التشابه المباشر S انسحاب . • في الحالات الأخرى S يقبل نقطة صامدة وحيدة Ω لاحقتها z_Ω و : $S=R\circ h=h\circ R$ حيث : h التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ **مثال :** ⋆ H تحاكي مركزه w ذات اللاحقة $z_w=i$ و نسبته 3 و يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . ⋆ R دوران مركزه w و زاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' .		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
	- لنعين طبيعة التحويل $R\circ H$ و عناصره المميزة : $H(M)=M_1$ معناه : $z_1-z_w=3(z-z_w)$ أي : $z_1=3z-2i$ $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_w=e^{i\frac{\pi}{2}}(z_1-z_w)$ أي : $z'=iz_1+1+i$ و عليه M' هي صورة M بالتحويل $R\circ H$ إذن : $R\circ H(M)=M'$ معناه : $z'=i(3z-2i)+1+i$ أي : $z'=3iz+3+i$ و بالتالي : $R\circ H$ تشابه مباشر نسبته 3 و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه w .		
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2012 ر بتصرف)** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$ ① بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها . ② نرمز بـ z_E إلى لاحقة النقطة E نظيرة النقطة B بالنسبة إلى المبدأ O ⓐ بين أن : $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ⓑ بين أن النقطة A هي صورة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين زاويته . ⓒ استنتج طبيعة المثلث AEC ③ H هو التحاكي الذي مركزه O و نسبته 2 ⓐ عين طبيعة التحويل $R\circ H$ و عناصره المميزة . ⓑ استنتج صورة الدائرة (γ) بالتحويل $R\circ H$		
تقويم	**حل مختصر :** ① $OA=OB=OC=OD=2$. ② • لدينا : $z_E=-z_B$ و عليه : $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ • $z_A-z_C=(z_E-z_C)e^{i\frac{\pi}{3}}$ إذن : A هي صورة E بالدوران R الّذي مركزه C و زاويته $-\frac{\pi}{3}$. • لدينا $CE=CA$ و $(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CA})=-\frac{\pi}{3}$ المثلث AEC متقايس الأضلاع . ③ • $H(M)=M_1$ معناه : $z_1=2z$ $R(M_1)=M'$ معناه : $z'-z_c=e^{i(-\frac{\pi}{3})}(z_1-z_c)$ و عليه : $z'=2e^{i(-\frac{\pi}{3})}z+\sqrt{3}-i$. إذن : $R\circ H$ هو تشابه مباشر نسبته 2 و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ و مركزه Ω حيث : $z_\Omega=\frac{-\sqrt{3}-3i}{3}$ أي : $\Omega(\frac{-\sqrt{3}}{3};-1)$. • لدينا : $H(\gamma(0;2))=(\gamma_1)(0;4)$ و $R(\gamma_1)=(\gamma')(O';4)$ حيث : $O'=R(O)$ و منه : $z_{O'}-z_c=e^{i(-\frac{\pi}{3})}(z_O-z_c)$ وعليه نجد : $z_{O'}=\sqrt{3}-i$. حل التمرين الثاني بكالوريا 2013 رياضي الموضوع الثاني		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول | الأستاذ: بلبحري كمال | المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – تركيب تشابهين مباشرين .

– سير الحصة

المراحل	التسيير(الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالعبارة المركبة للتشابه المباشر . في كل ما يلي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ **تركيب تشابهين مباشرين :** ليكن S_1 التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M_1 لاحقتها z_1 . و S_2 التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M_1 لاحقتها z_1 النقطة M' لاحقتها z' . $M \xrightarrow{S_1} M_1 \xrightarrow{S_2} M'$ أي : M' هي صورة M بالتحويل النقطي $S_2 \circ S_1$ $S_1(M) = M_1$ معناه : $z_1 = a_1 z + b_1$ و $S_2(M_1) = M'$ معناه : $z' = a_2 z_1 + b_2$ و عليه : $S_2 \circ S_1(M) = M'$ معناه : $z' = a_2(a_1 z + b_1) + b_2 = a_1.a_2 z + a_2 b_1 + b_2$ نضع : $a = a_1.a_2$ و $b = a_2 b_1 + b_2$ إذن : $z' = az + b$ مع: $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$ و بالتالي : $S_2 \circ S_1$ تشابه مباشر . حيث : نسبته $k = \|a\| = \|a_1.a_2\| = \|a_1\| \times \|a_2\|$ و زاويته $\theta = arg(a_1.a_2) = arg(a_1) + arg(a_2)$ **ملاحظة :** $S_2 \circ S_1 = S_1 \circ S_2$ **خاصية:** تركيب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر نسبته جداء النسبتين و زاويته مجموع الزاويتين . **مثال :** ⋆ S_1 تشابه مباشر مركزه A ذات اللاحقة $z_A = 1 - i$ و نسبته 3 و زاويته $\frac{\pi}{4}$ ⋆ S_2 تشابه مباشر مركزه A ذات اللاحقة $z_A = 1 - i$ و نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن : $S_1 \circ S_2$ هو تشابه مباشر مركزه A و نسبته $k = 3 \times 2 = 6$ و زاويته $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$ **تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2011 ر بتصرف)** T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث : $z' = (-1+i)z + 1 - 3i$ ① عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة . ② استنتج طبيعة التحويل $T \circ T$ و عناصره المميزة .		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**التشابه المباشر ونقط المستوي :** **خاصية:** إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط حيث $A \neq B$ و $A' \neq B'$ فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يحول A إلى A' و يحول B إلى B' . **البرهان :** ليكن S تشابها مباشرا كتابته المركبة $z' = az + b$ مع $a \neq 0$ z_A ، z_B ، $z_{A'}$ و $z_{B'}$ لواحق A ، B ، A' و B' على الترتيب . حيث : $A \neq B$ و $A' \neq B'$ $\begin{cases} S(A) = A' \\ S(B) = B' \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} z_{A'} = az_A + b \\ z_{B'} = az_B + b \end{cases}$ و بالتالي : $a = \dfrac{z_{B'} - z_{A'}}{z_B - z_A}$ و $b = z_{A'} - \dfrac{z_{B'} - z_{A'}}{z_B - z_A}.z_A$ بما أن : $A' \neq B'$ فإن $a \neq 0$ و التشابه S وحيد . **مثال :** لتكن النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب : $z_A = 1$ ، $z_B = -3 - 5i$ ، $z_C = -4 + 5i$ و $z_D = -3$ ـ لنعين التشابه المباشر الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D : ليكن S التشابه المباشر المطلوب كتابته المركبة $z' = az + b$ حيث : $a \in \mathbb{C}^*$ و $b \in \mathbb{C}$ $\begin{cases} S(A) = B \\ S(C) = D \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_D = az_C + b \end{cases}$ أي : $\begin{cases} -3 - 5i = a + b \\ -3 = a(-4 + 5i) + b \end{cases}$ بالطرح طرف من طرف نجد : $5i = (-5 + 5i)a$ و منه : $a = \dfrac{5i}{-5 + 5i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ من المعادلة $-3 - 5i = a + b$ نجد : $b = -3 - 5i - a$ و منه : $b = -3 - 5i - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i = -\frac{7}{2} - \frac{9}{2}i$ إذن : العبارة المركبة للتشابه S هي : $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) z - \frac{7}{2} - \frac{9}{2}i$ ـ عناصره المميزة : نسبته $\lvert a \rvert = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $arg(a) = -\frac{\pi}{4}$ و مركزه Ω لاحقتها $z_\Omega = -8 - i$ **تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2013 ت ر بتصرف)** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = -5 + i\sqrt{3}$ S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C و يحول O إلى B . ❖ جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S ثم عين العناصر المميزة له .		
تقويم	حل التمرين 36 صفحة 182 حل التمرين 49 صفحة 184		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الأعداد المركبة

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بالعبارة المركبة للتشابه المباشر . تطبيقـــات : **تمرين تطبيقي :(بكالوريا 2011 ع ت)** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. النقاط A ، B و C لواحقها على الترتيب : $z_A=-i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$ 1.a اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ b عين طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ c استنتج طبيعة المثلث ABC 2 نعتبر التحويل T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث : $z'=iz-1-i$ a عين طبيعة التحويل T و حدد عناصره المميزة . b ما هي صورة النقطة B بالتحويل T 3 لتكن النقطة D ذات اللاحقة $z_D=-6+2i$ a بين أن النقاط A ، C و D في استقامية . b عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول C إلى D c عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه A و يحول B إلى D		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم: تقويم	**حل التمرين التطبيقي : (بكالوريا 2011 ع ت)** **$a.1$** الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$: لدينا : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{-4+2i}{2+4i}=\frac{(-4+2i)(2-4i)}{(2+4i)(2-4i)}=\frac{20i}{20}=i$ **b** تعيين طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$: لدينا : $\|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\|=\|i\|=1$ و $arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=arg(i)=\frac{\pi}{2}$ **c** استنتاج طبيعة المثلث ABC : لدينا: $\|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\|=\frac{\|z_C-z_A\|}{\|z_B-z_A\|}=\frac{AC}{AB}=1$ إذن : $AC=AB$ و لدينا : $arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{2}$ و بالتالي : المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين . **$a.2$** تعيين طبيعة التحويل T و تحديد عناصره المميزة : T مكتوب من الشكل $z'=az+b$ مع : $a=i$ و $b=-1-i$ بما أن : $\|a\|=1$ فإن : التحويل T دوران زاويته $arg(i)=\frac{\pi}{2}$ و مركزه w ذات اللاحقة $z_w=-i$ **b** تعيين صورة النقطة B بالتحويل T : لتكن B' ذات اللاحقة $z_{B'}$ صورة B بالتحويل T و عليه : $z_{B'}=iz_B-1-i=2i-3-1-i=-4+i$ **$a.3$** تبيان أن النقاط A ، C و D في استقامية : لدينا : $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{-4+2i}{-6+3i}=\frac{2(-2+i)}{3(-2+i)}=\frac{2}{3}$ و منه : $z_C-z_A=\frac{2}{3}(z_D-z_A)$ أي : $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ إذن : النقط A ، C و D في استقامية . **b** تعيين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول C إلى D : $h(C)=D$ معناه : $z_D-z_A=k(z_C-z_A)$ حيث : k نسبة التحاكي h و منه : $k=\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=\frac{3}{2}$ **$a.3$** تعيين العناصر المميزة للتشابه المباشر S : $S(B)=D$ معناه : $z_D-z_A=a(z_B-z_A)$ حيث : $a\in\mathbb{C}^*$ و عليه : $a=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\frac{3}{2}i$ إذن : نسبة التشابه المباشر S هي $\|a\|=\frac{3}{2}$ و زاويته $arg(a)=\frac{\pi}{2}$ حل التمرين الثالث بكالوريا 2012 ع ت الموضوع الثاني		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....