مذكرة رقم:

التاريخ: القســم: 3 رياضي	المحـــــور: الاحتمالات الشرطية الموضـوع: العد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات) (1)	المـــدة: 01 ســـــاعة الأستاذ .

◈ الكفاءات المستهدفة: حساب عدد قوائم , عدد ترتيبات , عدد تبديلا مجموعة منتهية

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
المجموعة	**العد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات)**		
	1.قوائم عناصر مجموعة منتهية :		
	تعريف: E مجموعة منتهية ذات n عنصرا $(n \geq 1)$ و p عدد طبيعي $(p \geq 1)$	05د	
	نسمي **قائمة** ذات p عنصرا من E كل متتالية **مرتبة** من p عنصرا من عناصر E **مثال:**		
	ملاحظة: إذا أردنا أن تكون هذه العناصر المرتبة متمايزة مثنى مثنى فانه لا يمكن للقائمة أن تحتوي أكثر من n عنصرا و بالتالي يكون $n \geq P \geq 1$	05د	
	خاصية: من أجل كل عدد طبيعي p $(p \geq 1)$فان:– عدد قوائم E ذات p عنصرا يساوي n^p – عدد قوائم E ذات p عنصرا المتمايزة العناصر مثنى مثنى هو $n(n-1)(n-2)\times....\times(n-p+1)$ ، هذا الجداء يحوي p عاملا .	05د	
	2. التفسير في الحالة الأولى (عدم اشتراط تمايز العناصر) يكون لكل عنصر من عناصر القائمة n إمكانية و منه فإن عدد القوائم هو $n\times n\times n\times...\times n$ ، (p مرة) أي n^p	10د	
	في الحالة الثانية (قوائم عناصرها متمايزة مثنى مثنى) يكون للعنصر الأول n امكانية ثم $(n-1)$امكانية للعنصر الثاني و $(n-2)$ للعنصر الثالث ... و أخيرا $n-p+1=n-(p-1)$ امكانية للعنصر الأخير الذي رتبته p باستعمال مبدأ الضرب يكون عدد هذه القوائم $n(n-1)(n-2)\times....\times(n-p+1)$		
	ملاحظة: نسمي القائمة التي عناصرها متمايزة مثنى مثنى **ترتيبة** و يرمز لعدد الترتيبات ذات p عنصرا من بين n عنصرا بالرمز A_n^p و نكتب $A_n^p = n(n-1)(n-2)\times....\times(n-p+1)$	05د	
	مثال تطبيقي(1): ماهو عدد الاعداد ذات ثلاثة ارقام التي يمكن تشكيلها من الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ؟		
	مثال تطبيقي(2): ماهو عدد الاعداد ذات ثلاثة ارقام متمايزة مثنى مثنى و التي يمكن تشكيلها من الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ؟	05د 05د	
	3. تعريف: نسمي ترتيبة n عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا **تبديلة** ذات n عنصرا **مثال:**		
	نتيجة: عدد التبديلات ذات n عنصرا هوالعدد $n(n-1)(n-2)\times....\times2\times1$ و يرمز له بالرمز $n!$ و يقرأ مفكوك n أو (n عاملي)	05د 05د	
	ملاحظة: يمكن كتابة عدد الترتيبات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا بالشكل $\dfrac{n!}{(n-p)!}$		
	تمرين(1): احسب الاعداد التالية: A_2^1 , A_5^2, A_7^4 , $1!$, $2!$, $4!$		
	تمرين(2): **1)** ما عدد الأعداد ذات 3 أرقام مختلفة مثنى مثنى و التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام 2 ، 3 ، 5 ، 6 ، 7 ، 9 ؟ **2)** من بين هذه الأعداد . ما عدد الأعداد أ) الزوجية ؟ ب) مضاعفات 5 ؟ ج) الأصغر من 500 ؟	10د	
الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		
المراجع	الكتاب المدرسي(جزء1) –الاحتمالات الشرطية		

مذكرة رقم:

التاريخ: القســم: 3 رياضي	**المحــــــور:** **الاحتمالات الشرطية** الموضــوع: **التوفيقات – دستور ثنائي الحد (2)**	المــدة: 01 ســــاعة الأستاذ:

◈ **الكفاءات المستهدفة: حساب عدد التوفيقات ـ دستور ثنائي الحد**

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
المجموعة	**العد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات)(تابع)**		
	تمرين(3):		
	ماهو عدد الوضعيات التي يمكن أن يجلس بها 8 أشخاص حول طاولة مستديرة (من بجانب من ؟)	05د	
	تمرين(4): بكم طريقة يمكن ترتيب 4 كتب على رف خزانة	05د	
	ملاحظة: عدد اجزاء مجموعة تشمل **n عنصرا** هو 2^n		
	التوفيقات – دستور ثنائي الحد		
	1. تعريف : E مجموعة منتهية ذات n عنصرا $(n \geq 1)$ و p عدد طبيعي حيث $(n \geq P \geq 0)$	10د	
	نسمي **توفيقة** ذات p عنصرا من عناصر E كل **جزء** من E ذي p عنصرا من عناصر E		
	نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا بالرمز C_n^p أو الرمز $\binom{p}{n}$ **مثال:**		
	ملاحظات:		
	1) عدد الاجزاء التي تحوي عنصرا واحدا من مجموعة ذات n عنصرا هو n أي ان $C_n^1 = n$	10د	
	2) يوجد جزء وحيد فقط يحوي n عنصرا من مجموعة E ذات n عنصرا و هي E نفسها $C_n^n = 1$		
	3) الجزء الوحيد الذي لا يحوي أي عنصر هو الجزء الخالي ϕ أي ان $C_n^0 = 1$		
	مبرهنة : من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n \geq P \geq 0)$	05د	
	$C_n^p = \frac{n(n-1)\times\ldots\times(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$		
	تفسير : من كل توفيقة ذات p عنصرا يمكن تشكيل $P!$ ترتيبة ذات p عنصرا . لكن عدد الترتيبات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا هو $\frac{n!}{(n-p)!}$ و بالتالي $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$	10د	
	ملاحظة: $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$		
	تطبيق : احسب ما يلي: C_5^3 ، C_7^2	05د	
	تمرين(1): مطلوب تشكيل لجنة ذات 5 تلاميذ من قسم يتالف من 42 تلميذ .ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها؟	05د	
	تمرين(2): يحتوي صندوق على 5 كريات سوداء و 4 كريات بيضاء ، كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها باللمس . نسحب في آن واحد 3 كريات		
	1) ماعدد السحبات الممكنة ؟		
	2) ماعدد السحبات الممكنة التي تحوي: أ- 03كريات سوداء ب- كرية سوداء على الأقل		
	ج- كرة واحدة بيضاء د- كرة واحدة على الأكثر بيضاء		
الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		
المراجع	الكتاب المدرسي(جزء1) ـالاحتمالات الشرطية		

مذكرة رقم:

المـــدة: 01 ســـــاعة
الأستاذ:

المحــــــور: الاحتمالات الشرطية

الموضـوع: التوفيقات – دستور ثنائي الحد (3)

التاريخ:
القســم: 3 رياضي

◈ **الكفاءات المستهدفة: حساب عدد التوفيقات- دستور ثنائي الحد**

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
المجموعة			

التوفيقات – دستور ثنائي الحد(تابع)

خواص :

05د

1) من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n \geq P \geq 0)$ لدينا $C_n^p = C_n^{n-p}$

2) من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(n-1 \geq P \geq 1)$ لدينا $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

تفسير :

10د

1) عدد الأجزاء التي تحوي p عنصرا هو عدد متمماتها التي تحوي (n-p) عنصرا .

2)عدد الأجزاء ذات p عنصر التي تحوي العنصر a هو C_{n-1}^{p-1} وعدد الأجزاء ذات p عنصرا و التي لا تحوي العنصر a هو C_{n-1}^p و بالتالي فعدد الأجزاء ذات p عنصر هو $C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ و هو C_n^p

15د

ملاحظة: يمكن حساب الأعداد C_n^p باستعمال الخاصية $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ إذا علمنا C_{n-1}^{p-1} و C_{n-1}^p كما هو مبين في الشكل

n \ p	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

$C_{n-1}^{n} + C_{n-1}^{n-1}$
$=$
C_n^n

10د

دستور ثنائي الحد: A و b عددان طبيعيان ، n عدد طبيعي $(n \geq 1)$ لدينا

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^{n-1} a\, b^{n-1} + b^n$$

10د

تمرين(1): أحسب المجموعين : $A = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \frac{1}{2^k}$ $B = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \frac{3^{n-k}}{4^k}$

10د

تمرين(2): باستعمال دستور ثنائي الحد انشر ما يلي: $(x-y)^4$ و $(2x+1)^6$

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		
المراجع	الكتاب المدرسي(جزء1) ـالاحتمالات الشرطية		

مذكرة رقم:

التاريخ:
القســـم: 3 رياضي

المحــــــور: الاحتمالات الشرطية

الموضـوع: **نمذجة تجربة عشوائية (4)**

المـــدة: 01 ســــــاعة
الأستاذ:

◈ **الكفاءات المستهدفة: نمذجة تجربة عشوائية**

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات

حل التمرين السابق — 15د

نمذجة تجربة عشوائية :

مصطلحات :

20د

1) نسمي **تجربة عشوائية** كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة نتائجها الممكنة

2) في تجربة عشوائية **مجموعة النتائج الممكنة** تسمى **مجوعة الإمكانيات** او **مجموعة المخارج** و يرمز لها بالرمز Ω

3) نسمي **حادثة** A كل جزء A من Ω

4) كل جزء احادي العنصر يسمى **حادثة أولية** و يسمى Ω **حادث اكيد** و ϕ **حادث مستحيل**

5) قانون الاحتمال P لتجربة عشوائية هو ارفاق كل **مخرج** (نتيجة ممكنة) x_i من المجموعة $\Omega=\{x_1;x_2;........x_k\}$ بعدد حقيقي موجب P_i حيث $i\in\{1;2;....k\}$ بحيث $\sum_{i=1}^{k}P_i=1$ و $0\leq P_i\leq 1$ ويسمى العدد P_i احتمال **تحقق** المخرج x_i

6) اذا كان لكل الامكانيات نفس الاحتمال (أي تساوي الأعداد P_i) نقول ان قانون الاحتمال **متساوي التوزيع** (او تساوي الاحتمال)

7) احتمال الحادثة A نرمز له بالرمز $P(A)$ و يساوي مجموع احتمالات كل المخارج التي تنتمي الى A

مثال: — 15د

05د

التجربة العشوائية رمي زهرة نرد غير مزيفة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 الى 6

مبرهنة :

في حالة تساوي احتمال على E يكون لدينا من أجل كل حادثة A

$$\frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر E}} = \text{ﻫ)ﻋ}$$

مثال:

في المثال السابق احتمال الحادثة B " **الحصول على رقم اكبر او يساوي 3** " هو $P(B)=\frac{4}{6}=0.66$

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		
المراجع	الكتاب المدرسي(جزء1) ـالاحتمالات الشرطية		

مذكرة رقم:

التاريخ: القسم: 3 رياضي	المحور: الاحتمالات الشرطية الموضوع: نمذجة تجربة عشوائية (5)	المدة: 01 ساعة الأستاذ:

◈ الكفاءات المستهدفة نمذجة تجربة عشوائية

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات

نمذجة تجربة عشوائية (تابع)

خواص: (15د)

الخاصية	لغة الحوادث	أجزاء E
$1 \geq p(A) \geq 0$	A حادثة كيفية	A جزء
$p(\phi)=0$	الحادثة المستحيلة	الجزء الخالي ϕ
$P(E)=1$	الحادثة الأكيدة	E
$p(A \cup B)=p(A)+p(B)$	A ، B غير متلائمتين	$A \cap B = \phi$
$p(\overline{A})=1-p(A)$	$\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A	$\overline{A}$
$p(A \cup B)=p(A)+p(B)-p(A \cap B)$	A و B كيفيتان	A ، B

الأمل الرياضياتي لقانون احتمال

(05د) الأمل الرياضياتي لقانون احتمال هو العدد $\mu = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \ldots\ldots x_n P_n$

التباين لقانون احتمال هو العدد $V = \sum_{i=1}^{n} P_i (x_i - \mu)^2 = P_1(x_1-\mu)^2 + P_2(x_2-\mu)^2 + \ldots\ldots P_n(x_n-\mu)^2$

(05د) **الإنحراف المعياري لقانون احتمال** هو العدد $\sigma = \sqrt{V}$

ملاحظات: 1) يمكن كتابة التباين V على الشكل: $V = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i^2 - \mu^2$

2) الاحتمالات $P_1, P_2, \ldots\ldots\ldots P_n$ تمثل تواترات القيم للسلسلة $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots x_n$

(05د) 3) الأمل الرياضي μ يمثل الوسط الحسابي (المعدل) للسلسلة الاحصائية $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots x_n$ (مخارج التجربة العشوائية)

تمرين: يحتوي صندوق على 5 كريات مرقمة من 1 الى 5 لا نفرق بينها عند اللمس

(30د) أ- نسحب على التوالي بالرجاع 3 كريات و نسجل بالترتيب الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة فنحصل على اعداد

1) ماهو عدد الاعداد الممكنة ؟ 2) ماهو احتمال الحادثة A "الحصول على عدد رقم آحاده أولي "

ب- نعيد التجربة هذه المرة دون ارجاع الكرة المسحوبة

1) ماهو عدد الحالات الممكنة؟ 2) ماهو احتمال الحادثة B "الكرية الثانية المسحوبة تحمل الرقم 4 "

ج- نسحب الآن 3 كريات في آن واحد

1) ماهو عدد الحالات الممكنة؟ 2) ما احتمال الحصول على: 3 كرات تحمل ارام فردية – كرة واحدة فقط تحمل رقم زوجي

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		

مذكرة رقم:

التاريخ:
القســم: 3 رياضي

المحـــــور: الاحتمالات الشرطية

الموضـوع:المتغير العشوائي،الأمل الرياضياتي والتباين لمتغيرعشوائي (6)

المـــدة: 01 ســـــاعة
الأستاذ:

◈ **الكفاءات المستهدفة: إيجاد قانون احتمال لمتغير عشوائي**

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
الاحصاء و الاحتمالات	**المتغير العشوائي ، الأمل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي** تعاريف: 1)نسمي متغير عشوائيX كل دالة عددية معرفة على مجموعة المخارجE ومزودة باحتمال P X يأخذ القيم $x_1,x_2,....,x_n$ بالاحتمالات $p_1,p_2,....,p_n$ معرف كما يلي $p_i=p(X=x_i)$ 2) قانون احتمال لمتغير عشوائيX هو الدالة التي ترفق بكل قيمة x_i من مجموعة قيمX الاحتمال $p(X=x_i)$ 3) الأمل الرياضي لمتغير عشوائي X هو الأمل الرياضياتي لقانون احتماله و هو $E(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$ 4) التباين لمتغير عشوائي X هو العدد $Var(X)$ او $V(x)$ حيث $Var(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(x))^2p_i$ 5) الانحراف المعياري للمتغير X هو العدد $\sigma(X)$ حيث $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{Var(x)}}$ ملاحظة: يمكن كتابة التباين على الشكل: $Var(X)=\sum_{i=1}^{n}p_ix_i^2-[E(x)]^2$ مثال:	10د	
	خواص الأمل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي : مبرهنة : X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية و a عدد حقيقي لدينا: $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$.........(1) $E(aX)=aE(X)$..........(2) حيث $E(X+Y)$ و $E(aX)$ هما الأملان الرياضياتيان لكل من X+Y و aX	10د 05د	
	خواص:X متغير عشوائي و a ، b عددان حقيقيان ، لدينا 1) $E(X+b)=E(X)+b$ 2) $Var(X)=E(X-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$ 3) $Var(aX)=a^2\ Var(X)$ 4) $\sigma(aX)=\|a\|\sigma(X)$ 5) $Var(X+b)=Var(X)$ 6) $\sigma(X+b)=\sigma(X)$	10د	
	ملاحظات:* $E(X)$ هو معدل القيم x_i مرفقة بالقيم p_i بالمقارنة و في مجال الاحصاء $E(X)$ هو $\overline{x}$ و في ميدان الألعاب هو الربح المتوسط الذي يأمله اللاعب بعد تكرار اللعبة مرات كثيرة – فانعدام $E(X)$ يدل على أن اللعبة عادلة – $E(x)\succ 0$ يعني أن اللعبة مربحة – في حالة $E(X)<0$ فهي ليست في مصلحة اللاعب * كما في مجال الاحصاء فإن التباين و الانحراف المعياري مقياس تشتت .	10د	
	تمرين: صندوق يحوي كريتين لا نميز بينهما في اللمس ، إحداهما بيضاء و الأخرى سوداء . نسحب 3 مرات و بالإرجاع كرية واحدة . نرمز للكرية البيضاء بالرمز B و للكرية السوداء بالرمز N 1) ماهي مجموعة المخارج E ؟ 2) إذا كان سحب الكرية البيضاء يؤدي إلى ربح 20 دينارا و سحب الكرية السوداء يؤدب إلى خسارة 10 دنانير فإن الدالة $X:E\to\mathbb{R}$ التي ترفق بكل مخرج الربح المناسب هي متغير عشوائي معرف على E – ماهي مجموعة قيم المتغير عشوائيX ؟ – أعط قانون الاحتمال لـ X ثم احسب التباين و الانحراف المعياري له	15د	
الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		

مذكرة رقم:

التاريخ:
القسـم: 3 رياضي

المحــــــور: **الاحتمالات الشرطية**

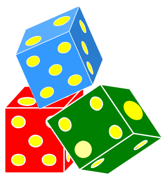
الموضـوع:**المتغير العشوائي،الأمل الرياضياتي والتباين لمتغيرعشوائي (7)**

المـــدة: 01 ســـــاعة
الأستاذ:

الكفاءات المستهدفة: توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
الاحصاء و الاحتمالات	انظر أدناه	10د، 05د، 10د، 10د، 10د، 15د	
الوسائل	الكتاب المدرسي		

المتغير العشوائي ، الأمل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي(تابع)



تمرين: نرمي 3 أحجار نرد مكعبة غير مزورة مرقمة من 1 إلى 6 و نسجل مجموع الأرقام الظاهرة على الأوجه العلوية في كل رمية . (10د)

– ماهو معدل المجاميع الممكنة ؟

الإحتمالات الشرطية :

1. تعريف (05د)

لتكن A حادثة من مجموع المخارج E حيث $p(A)\neq 0$. نعرّف على E احتمالا جديدا يرمز له بالرمز p_A حيث من أجل كل حادثة B نكتب $p_A \cdot p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}$ يسمى الاحتمال الشرطي علما أن A محققة. $p_A(B)$ و تقرأ " **إحتمال B علما أن A محققة**" و يرمز له ايضا بـ $p(A/B)$

مثال تطبيقي: (10د)

صندوق يحوي **5** قريصات مرقمة بالأرقام **0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8** و **3** قريصات مرقمة بالأرقام **1 ، 3 ، 5** لا نميز بينها عند اللمس . نسحب عشوائيا على التوالي و دون ارجاع قريصتين من الصندوق

– ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

تمرين: (10د)

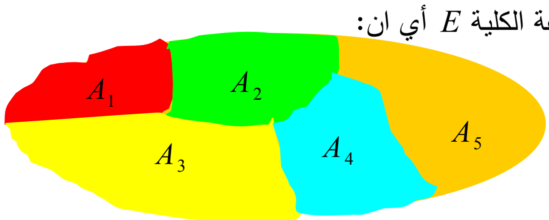
يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء و 3 كرات خضراء لا نميز بينها عند اللمس . نسحب كرتين على التوالي و دون إرجاع .لتكن الحادثة **A** " الكرة المسحوبة الأولى حمراء " و الحادثة B " الكرة المسحوبة الثانية خضراء ". أحسب **$p(A)$** ، **$p_A(B)$** ثم استنتج $p(A\cap B)$

2. دستور الاحتمالات الكلية :

تجزئة مجموعة: نسمي تجزئة لمجموعة E أجزاء لهذه المجموعة كلها ليست خالية منفصلة مثنى مثنى (لا يوجد جزءان لهما عنصر مشترك) و اتحادهما المجموعة الكلية E أي ان: (10د)

(1 $A_i\neq\phi$ (2 $A_i\cap A_j=\phi$

(3 $A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4\cup A_5=E$



مبرهنة(دستور الاحتمالات الكلية): (15د)

لتكن A_1،A_2،A_3،...،A_n حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة E. لدينا من أجل كل حادثة B لدينا

$$p(B)=p(A_1\cap B)+p(A_2\cap B)+.....+p(A_n\cap B)$$

مع $p(A_k\cap B)=p(A_k)\times p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث $1\leq k\leq n$

ملاحظة: العائلة $\{A_k\cap B;1\leq k\leq n\}$ تشكل تجزئة للحادثة B .

أمثلة:

مذكرة رقم:

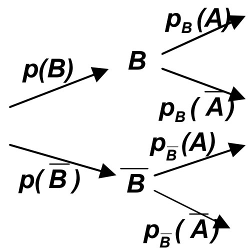
التاريخ
القســم: 3 رياضي

المحـــــور: الاحتمالات الشرطية

الموضـوع:الحوادث المستقل و المتغيرات العشوائية(8)

المـــدة: 01 ســـــاعة
الأستاذ:

الكفاءات المستهدفة: توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
الاحصاء و الاحتمالات	**المتغير العشوائي ، الأمل الرياضياتي و التباين لمتغير عشوائي(تابع)** حساب الاحتمالات الشرطية باستعمال الشجرة(العنكبوتية): تمرين(1):نعتبر صندوقين أحدهما U_1 يحوي 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء و الآخر U_2 يحوي 3 كرات خضراء و 6 كرات حمراء . كل الكرات لا نميز بينها باللمس . ترمي حجر نرد مكعب غير مزور ، مرقم من 1 الى 6 .إذا تحصلنا على أحد الرقمين 5 أو6 نسحب كرة عشوائيا من الصندوق U_1 و في الحالات الأخرى نسحب كرة من الصندوق U_2 نسمي الحادثة **A** " الكرة المسحوبة خضراء " و نسمي الحادثة **B** " نحصل على أحد الرقمين 5 أو 6 " 1) أحسب $p(B)$ و $p(\overline{B})$ 2) أحسب $p_B(A)$ و استنتج $p_B(\overline{A})$ 3) أحسب $p_{\overline{B}}(A)$ و استنتج $p_{\overline{B}}(\overline{A})$ 4) أكمل الشجرة بالقيم العددية المحصل عليها 5) استنتج $p(A)$  تمرين(2):يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء و 3 كرات خضراء لا نميز بينها عند اللمس . نسحب كرتين على التوالي و دون إرجاع . احسب احتمال الحصول على: – كرتين حمراوين – كرة واحد على الاقل خضراء تمرين(3): ثلاثة صناديق A, B, C حيث الصندوق A يضم 3 كرات حمراء و 5 كرات سوداء والصندوق B يضم كرتين حمراوين و كرية سوداء و الصندوق C يضم كرتين حمراوين و3 كرات سوداء . نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة . اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فماهو احتمال ان تكون قد سحبت من الصندوق A	30د 20د 10د	
الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		

مذكرة رقم:

التاريخ: القســم: 3 رياضي	**المحــــــور: الاحتمالات الشرطية** الموضوع:**الحوادث المستقل و المتغيرات العشوائية(9)**	المــدة: 01 ســـــاعة الأستاذ:

الكفاءات المستهدفة: التعرف على استقلال أو ارتباط حادثتين

الكفاءة القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
الاحصاء و الاحتمالات	**حل التمرين السابق** **الحوادث المستقلة و المتغيرات العشوائية المستقلة** **1. تعريف** نقول عن حادثتين **A** و **B** أنهما مستقلتان إذا و فقط إذا كان $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ إذا كان $p(A) \neq 0$ فإن $p_A(B) = p(B)$ **2. تعريف** **X** و **Y** متغيران عشوائيان معرفان على نفس الفضاء **E** . لتكن x_1 ، x_2 ،....، x_n قيم المتغير **X** و y_1 ، y_2 ،....، y_m قيم المتغير **Y** نقول أن **X** و **Y** مستقلان عندما تكون الحادثتان $(X = x_i)$ و $(Y = y_j)$ مستقلتان من أجل كل **i** و **j** حيث $(1 \leq i \leq n$ و $1 \leq j \leq m)$ **ملاحظة:** الحادثتان المستقلتان هما الحادثتين اللتين يكون وقوع احداهما لا يؤثر على وقوع الأخرى**أمثلة:** **تطبيق:** تلميذين A و B مجتهدان يحضران لامتحان شهادة البكالوريا بكل جد .قال استاذهما لا شك انهما سينجحان في امتحان البكالوريا إلا ان احتمال حصول التلميذ A على ملاحظة **جيد** هو 0.9 و احتمال حصول التلميذ B على نفس الملاحظة هة 0.5 . نعتبر الحادثتين L " **يحصل التلميذ** A **على ملاحظة جيد**" M " **يحصل التلميذ** B **على ملاحظة جيد**" . ما احتمال حصول التلميذين معا على ملاحظة **جيد** **ملاحظة(1):** في حالة استقلال الحوادث للتجارب العشوائية المكررة يكون احتمال قائمة النتائج هو جداء احتمالات كل النتائج **ملاحظة(2):** متغيران عشوائيان مرتبطان بتجربتين مختلفتين مستقلان **تمرين(1)** **1)** **A** و **B** حادثتان مستقلتان . بين أن: أ) A و $\overline{B}$ مستقلتان ب) $\overline{A}$ و B مستقلتان ج) $\overline{A}$ و $\overline{B}$ مستقلتان **2)** يرمي قاذفان **T** و **S** في نفس الوقت هدفا معينا . الحادثتان **A** " **S** يصيب الهدف " ، **B** " **T** يصيب الهدف " مستقلتان و احتمالاهما $p_S = \frac{4}{5}$ و $p_T = \frac{7}{8}$ على الترتيب أحسب إحتمال الحوادث التالية : أ) **S** و **T** يصيبان الهدف ب) **S** فقط يصيب الهدف ج) الهدف لم يصب د) الهدف يصاب هـ) قاذف واحد يصيب الهدف **تمرين(2):** نرمي ثلاث مرات قطعة نقود متوازنة نرمز بـ X_1 لعدد مرات ظهور " وجه " في الرمية الأولى (X_1 يأخذ القيمتين **0** أو **1**) و نرمز بالرمز X_2 لعدد مرات ظهور " وجه " في الرميتين الثانية و الثالثة . – تحقق أن X_1 و X_2 هما متغيران عشوائيان مستقلان	10د 05د 10د 05د 10د 05د 10د	
الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي		