المؤسسة: سليماني جلول   الأستاذ: بلبحري كمال   المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على قانون احتمال .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	تذكير :		
	❶ مصطلحات :		
	⋆ نقول عن تجربة إنها عشوائية إذا كانت كل إمكانياتها معلومة لكن عندما نجرب لا نستطيع تحديد أي إمكانية منها ستتحقق .		
	مثلا : رمي قطعة نقدية (الوجه أو الظهر) ، رمي زهرة نرد (الأرقام الستة) ، السحب من كيس (ظهور إحدى الكريات) .		
	⋆ نقوم بتجربة عشوائية و نحصل على نتيجة ، نرمز لمجموعة النتائج المكنة بالرمز Ω و نسميها مجموعة الإمكانيات (المخارج) أو المجموعة الشاملة .	10 د	
	⋆ كل عنصر من Ω يسمى إمكانية و كل جزء منها يسمى حادثة (حدث) .		
	⋆ Ω تسمى كذلك الحادثة الأكيدة و $\varnothing$ تسمى الحادثة المستحيلة .		
	⋆ اتحاد الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cup B$ تسمى كذلك الحادثة A أو B .		
	⋆ تقاطع الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cap B$ تسمى كذلك الحادثة A و B .		
	⋆ عندما تكون الحادثة $A \cap B = \varnothing$ نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين .		
	⋆ نسمي حادثة عكسية للحادثة A ، المجموعة المتممة للحادثة A في Ω و نرمز لها بـ : $\overline{A}$.		
بناء المفاهيم:	❷ قانون الاحتمال :		
	تعريف: Ω مجموعة مخارج لتجربة عشوائية إمكانياتها x_1 ، x_2 ، ... ، x_n و p دالة ترفق بكل عنصر x_i من Ω عددا حقيقيا موجبا p_i . نقول عن p إنه قانون احتمال على Ω إذا وفقط إذا كان : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$	10 د	
	❸ نمذجة تجربة عشوائية :		
	• عندما يكون عدد مخارج تجربة عشوائية متنهيا نعرف على مجموعة المخارج $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ قانون احتمال و ذلك بإعطاء متتالية أعداد $(p_1, p_2, ..., p_n)$ تحقق : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ و $p_i \geq 0$.		
	• عند القيام بتحقيق تجربة عشوائية ، نقوم باختيار : مجموعة الامكانيات Ω و قانون احتمال p معرف على Ω .		
	نمذجة تجربة عشوائية هو اختيار ال ثنائية (Ω, p) التي تسمى فضاء احتمالي منته .		

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم	**ملاحظات :** ⋆ احتمال حادثة A هو مجموع احتمالات كل المخارج التي تنتمي إلى A . ⋆ في حالة تساوي الأعداد p_i نقول إن الاحتمال متساوي التوزيع ، و يئول حساب احتمال حادثة A أي : $p(A)$ إلى مسألة عد . ⋆ بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : لكل الامكانيات نفس الاحتمال أو نفس الحظ ، قطعة (نقد أو نرد) غير مزيفة ، نسحب عشوائيا ، كريات لا نفرق بينها باللمس ... **مبرهنة:** في حالة تساوي احتمال على Ω يكون لدينا من أجل كل حادثة A : $p(A) = \dfrac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$ **مثال :** نرمي زهرة نرد غير مزيفة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . لدينا : مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ بما أن : زهرة النرد غير مزيفة (أي أن كل الوجوه لها نفس احتمال الظهور) فهذا يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي i من 1 إلى n فإن : $p_i = \dfrac{1}{6}$. و منه : احتمال الحادثة A : الحصول على رقم زوجي هو : $\dfrac{3}{6}$ **خواص:** ① $p(\Omega) = 1$ و $p(\varnothing) = 0$. ② A حادثة لدينا : $0 \leq p(A) \leq 1$ ③ A و B حادثتان كيفيتان لدينا : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. ④ A و B حادثتان غير متلائمتان لدينا : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$. ⑤ $\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A لدينا : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$	10 د 10 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** يحتوي كيس على 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 نسحب كرية واحدة و نسجل رقمها . ① عين المجموعة الشاملة Ω . ② عين الحادثة A : الحصول على رقم مضاعف للعدد 5 . ③ عين الحادثة B : الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 . ④ عين الحوادث $A \cap B$ و $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثتين $\overline{A} \cap \overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$. حيث : $\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$ هي الحوادث العكسية للحوادث A و B و $A \cap B$ على الترتيب ⑤ احسب $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A \cap B)$ و $p(A \cup B)$ ثم استنتج $p(\overline{A})$ ، $p(\overline{B})$ و $p(\overline{A \cap B})$ حل التمرين 03 صفحة 218 حل التمرين 41 و 42 و 44 صفحة 223	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

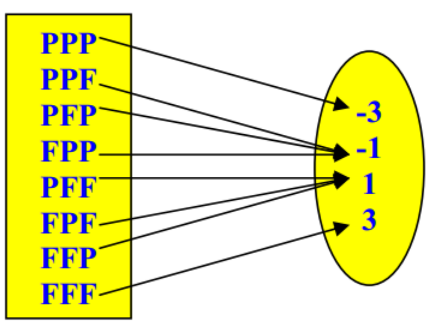
المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – تعيين قانون احتمال متغير عشوائي .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	تذكير :		
	لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية حيث : $\Omega=\{x_1,x_2,x_3,...,x_n\}$ و ليكن p احتمال على Ω .	10 د	
	⋆ أمل قانون الاحتمال هو العدد E حيث : $E=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$.		
	⋆ تباين قانون الاحتمال هو العدد V حيث : $V=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E)^2p_i$.		
	⋆ الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو العدد $\sigma=\sqrt{V}$		
	❶ المتغير العشوائي :		
	مثال تمهيدي : نرمي قطعة نقدية متوازنة 3 مرات متتابعة و نسجل النتيجة وجه $F=$ و ظهر $P=$.		
	مجموعة المخارج هي : $\Omega=\{PPP,PPF,PFP,PFF,FPP,FPF,FFP,FFF\}$		
	نعتبر اللعبة التالية : يربح اللاعب دينارا واحدا كلما ظهر (وجه F) و يخسر دينارا واحدا كلما ظهر (ظهر P) .	15 د	
بناء المفاهيم:			
	⋆ نعتبر الدالة X التي ترفق بكل نتيجة الربح (أو الخسارة) المناسب لها . يسمى X المتغير العشوائي المعرف على Ω		
	تعريف: Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية . نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω .	15 د	
	❷ قانون احتمال متغير عشوائي :		
	في المثال السابق نبحث عن احتمال الحادثة : يكون الربح دينارا واحدا		
	مثلا : نعبر عن هذه الحادثة بالكتابة ($X=1$) ، و تتحقق هذه الحادثة لما تتحقق الحادثة A حيث : $A=\{PFF,FFP,FPF\}$.		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	لكن $p(A) = \frac{3}{8}$ نكتب : $p(X=1) = \frac{3}{8}$ الجدول التالي يمثل قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . **الربح x**: -3 ، -1 ، 1 ، 3 **P(X = x)**: $\frac{1}{8}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{1}{8}$ **تعريف:** قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $p(X = x_i)$. **❸ الأمل الرياضياتي :** (Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i) حيث : i عدا طبيعي غير معدوم . ⋆ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف بـ : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$ **مثال :** الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X المعرف في المثال السابق هو العدد : $E(X) = (-3) \times \frac{1}{8} + (-1) \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = 0$ **ملاحظة :** ⋆ إذا كان $E(X) = 0$ نقول عن اللعبة إنها عادلة . **❹ الانحراف المعياري :** (Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i) و أمله الرياضياتي $E(X)$. الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو الجذر التربيعي للتباين $V(X)$ و نرمز إليه بـ : $\sigma(X)$ حيث : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$ **مثال :** (المثال السابق) $V(X) = 9 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 9 \times \frac{1}{8} - 0^2 = 3$ و $\sigma(X) = \sqrt{3}$	10 د 10 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

خواص الأمل الرياضياتي والتباين لمتغير عشوائي :

مبرهنة:
X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية و a عدد حقيقي .
لدينا : $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ و $E(aX)=aE(X)$
حيث $E(X+Y)$ و $E(aX)$ هما الأملان الرياضياتيان لكل من $X+Y$ و aX .

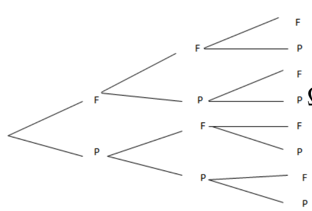
ينتج من المبرهنة السابقة الخواص التالية :

خواص:
X متغير عشوائي و a ، b عددان حقيقيان .
① $E(X+b)=E(X)+b$
② $V(X)=E(X-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$
③ $V(aX)=a^2V(X)$ و $\sigma(aX)=\mid a\mid\sigma(X)$
④ $V(X+b)=V(X)$ و $\sigma(X+b)=\sigma(X)$

10 د

تمرين تطبيقي «①» :
نرمي قطعة نقد متوازنة ثلاث مرات متتالية في الهواء ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل رمية عدد مرات ظهور الوجه .
① اكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
② احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .
③ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير X .

الحـــل :
✥ نعين عدد الحالات الممكنة باستعمال شجرة الامكانيات :



لدينا :
$\Omega=\{FFF,FFP,FPF,FPP,PFF,PFP,PPF,PPP\}$
و عليه : عدد الحالات الممكنة هو : 8

25 د

✥ قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3
① قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :
✥ الحادثة $X=0$ هي عدم ظهور الوجه ومنه : $P(X=0)=\frac{1}{8}$
✥ الحادثة $X=1$ هي ظهور الوجه مرة واحدة و منه : $P(X=1)=\frac{3}{8}$
✥ الحادثة $X=2$ هي ظهور الوجه مرتين و منه : $P(X=2)=\frac{3}{8}$
✥ الحادثة $X=3$ هي ظهور الوجه ثلاث مرات و منه : $P(X=3)=\frac{1}{8}$
تجمع النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

② حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X :

$$E(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$$

③ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X :

✣ التباين : $V(X)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{3}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

✣ الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{3}}{2}\simeq 0.87$

بناء المفاهيم:

تمرين تطبيقي «②» :

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نفرق بينها باللمس .

نسحب عشوائيا كرية من الكيس فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ، يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و 10 دنانير إذا كانت الكرية بيضاء .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة .

① عين القيم الممكنة لـ X .

② عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

③ احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

④ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

الحـــل :

25 د

① القيم الممكنة لـ X : 1 ، 3 ، 10

② قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

✣ الحادثة $X=1$ هي سحب كرية سوداء و منه : $P(X=1)=\frac{10}{17}$

✣ الحادثة $X=3$ هي سحب كرية حمراء و منه : $P(X=3)=\frac{4}{17}$

✣ الحادثة $X=3$ هي سحب كرية بيضاء و منه : $P(X=10)=\frac{3}{17}$

نجمع النتائج في الجدول التالي :

x_i	1	3	10
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

③ حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X :

$$E(X)=1\times\frac{10}{17}+3\times\frac{4}{17}+10\times\frac{3}{17}=\frac{52}{17}$$

تقويم

④ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X :

✣ التباين : $V(X)=1^2\times\frac{10}{17}+3^2\times\frac{4}{17}+10^2\times\frac{3}{17}-\left(\frac{52}{17}\right)^2=\frac{3178}{289}$

✣ الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{3178}}{17}\simeq 3.32$

حل التمرين 38 صفحة 222

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

- سير الحصة

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>الإنطلاق:

بناء المفاهيم:</td><td>
⋆ التهيئة النفسية:
نشاط:
✍ ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها من الأرقام : 2 ، 3 ، 5 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من :
① رقمين ② رقمين مختلفين ③ ثلاثة أرقام مختلفة
العــد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات) :
❶ القوائم :
تعريف: E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($p \geq 1$) .
نسمي قائمة ذات p ($p \geq 1$) عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E .
حيث : عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : n^p

التفسير:
⋆ لكل عنصر من عناصر القائمة توجد n إمكانية ، إذن عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : $\underbrace{n \times n \times n \times .... \times n}$ (p مرة) أي هو : n^p

أمثلة:
⋆ عدد الطرائق الممكنة لتلوين مكعب بثلاثة ألوان مختلفة هو : 3^6 طريقة .
⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب كريتين على التوالي مع الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : 12^2 طريقة .
❷ الترتيبات :
تعريف: E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($1 \leq p \leq n$) .
نسمي ترتيبة p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا متمايزة مثنى مثنى من عناصر E .
عدد ترتيبات p عنصرا من E هو العدد الطبيعي : A_n^p
حيث : $A_n^p = n(n-1)(n-2)...(n-p+1)$
</td><td>10 د

15 د</td><td>مناقشة النشاط من طرف التلاميذ</td></tr>
</table>

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**التفسير:** ⋆ لتكوين ترتيبة توجد n إمكانية للعنصر الأول ثم $(n-1)$ للعنصر الثاني ...... و أخيرا $(n-p+1)$ للعنصر الأخير الذي رتبته p . **ملاحظة:** الترتيبة هي قائمة عناصرها متمايزة مثنى مثنى . **أمثلة:** ⋆ عدد اللجان المكن تكوينها في قسم يتكون من 30 تلاميذا تضم رئيس و نائب و أمين هو : $A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24360$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق المكنة لتوزيع 7 سيارات على 9 أماكن فارغة في موقف السيارات هو : $A_9^7 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 4 \times 4 \times 3 = 181440$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق المكنة لسحب كريتين على التوالي دون الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : $A_{12}^2 = 12 \times 11$ طريقة .	15 د	
	❸ **التبديلات :** **تعريف:** نسمي **تبديلة** لعناصر المجموعة E كل ترتيبة n عنصرا من E . عدد تبديلات مجموعة ذات n عنصرا هي العدد الطبيعي : A_n^n حيث : $\boxed{A_n^n = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1}$ نرمز لهذا العدد بـ: $n!$ أي : $n! = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1$ و يقرأ : n عاملي .	10 د	
	مثال: ⋆ $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ **اصطلاح:** $0! = 1$ **مثال:** ⋆ عدد الطرائق المكنة لترتيب 5 أشخاص للدخول على إحدى المصالح الإدارية هو : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة . **ملاحظة:** يمكن كتابة عدد الترتيبات ذات p عنصر من مجموعة بها n عنصر كما يلي : $$\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$$ **مثلا:** $A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$	10 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** يتكون رقم الهواتف النقالة لشبكة موبيليس من 10 أرقام حيث أول رقمين فيها هما 06 ثابتين . ① ما هو عدد الخطوط المكن تكوينها ؟ ② ما هو عدد الخطوط المكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى ؟		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **التوفيقات ـ دستور ثنائي الحد :** ❶ التوفيقات : **تعريف:** E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي حيث ($0 \leq p \leq n$) . نسمي توفيقة ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E . نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصر بـ : C_n^p أو $\binom{p}{n}$ و المعرف بـ : $\boxed{C_n^p = \dfrac{A_n^p}{p!} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}}$	20 د	
بناء المفاهيم:	**مثلا:** $C_{10}^2 = \dfrac{10!}{2!(10-2)!} = 45$ **أمثلة:** ⋆ عدد الطرائق الممكنة لاختيار تلميذين من بين 28 تلميذا هو : $C_{28}^2 = \dfrac{28!}{2!(28-2)!} = 378$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب 3 كريات في آن واحد من كيس يحتوي على 12 كرية هو : C_{12}^3 طريقة . **ملاحظة :** ⋆ عدد أجزاء E ذات n عنصرا هو 1 لأن E هي الجزء الوحيد الذي يشمل n عنصرا و منه : $C_n^n = \dfrac{n!}{n!(0)!} = 1$ ⋆ لدينا كذلك : $C_n^1 = n$ و $C_n^0 = 1$ **تطبيق:** يلتقي عشرة أصدقاء في حفل ، يصافح كل منهم الأشخاص التسعة الآخرين مرة واحدة فقط . ✣ كم عدد المصافحات التي جرت في الحفل ؟ **حل التطبيق:** إذا الأول تصافح مع الثاني فالثاني تصافح مع الأول . إذن هناك مصافحتين بين كل صديقين و عليه عدد المصافحات هو : $C_{10}^2 = 45$ مصافحة .	15 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

المراحل: بناء المفاهيم

خواص:

① من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(\ 0 \leq p \leq n\ )$ لدينا : $C_n^p = C_n^{n-p}$

② من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(\ 1 \leq p \leq n-1\ )$.
لدينا : $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

المدة: 20 د

n \ p	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

ملاحظة :
⋆ تمكننا الخاصية الثانية من حساب C_n^p إذا علمنا C_{n-1}^p و C_{n-1}^{p-1} كما هو مبين في الشكل المقابل (مثلث باسكال)

❷ دستور ثنائي الحد :

المدة: 20 د

مبرهنة: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n لدينا : $(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$

البرهان : (نستعمل الاستدلال بالتراجع)

مثال:

$$(x+1)^5 = \sum_{p=0}^{5} C_5^p a^{5-p} (1)^p = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

❸ طرائق للعد :

الطريقة/المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
قائمة	الأرقام يمكن أن تتكرر	//	على التوالي مع الإعادة	//
ترتيبة	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	//
توفيقة	//	المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

المراحل: تقويم

المدة: 45 د

تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 32 كرية لا نفرق بينها عند اللمس نسحب 8 كريات عشوائيا .
ما هو عدد الطرائق الممكنة إذا كان :

① السحب في آن واحد .

② السحب على التوالي و دون إرجاع .

③ السحب على التوالي مع الإرجاع .

حل التمرين 15و16صفحة 219

حل التمرين 30و34صفحة 221

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول | الأستاذ: بلبحري كمال | المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – توظيف الاحتمالات الشرطية لحل مسائل .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		

الاحتمالات الشرطية :

مناقشة النشاط 6 صفحة 201:

اللغة الحية	إنجليزية (A)	ألمانية (D)	المجموع
بنون (G)	130	50	180
بنات (F)	140	80	220
المجموع	270	130	400

15 د — مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

① احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتا هو : $p(F)=\frac{220}{400}=\frac{11}{20}$

② احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية هو : $p(D)=\frac{130}{400}=\frac{13}{40}$

③ احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية علما أنه بنت

هو : $p_F(D)=\frac{80}{220}=\frac{4}{11}$

④ حساب $\frac{p(D\cap F)}{p(F)}$:

لدينا : $p(D\cap F)=\frac{80}{400}=\frac{1}{5}$ و منه : $\frac{p(D\cap F)}{p(F)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{20}}=\frac{4}{11}$

المقارنة : $p_F(D)=\frac{p(D\cap F)}{p(F)}$

بناء المفاهيم:

الاحتمال الشرطي :

(Ω,p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان حيث $p(A)\neq 0$.

تعريف: احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A محققة)

هو العدد $p_A(B)$ المعرف بـ : $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

مثال : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 .

ـ ما هو احتمال الحصول على رقم فردي علما أنه مضاعف للعدد 3 ؟

15 د

حل :

نضع : A : الحصول على عدد مضاعف لـ 3 ، B : الحصول على عدد فردي

نجد : $A=\{3,6\}$ ، $B=\{1,3,5\}$ ، $A\cap B=\{3\}$

و بالتالي : $p(A)=\frac{2}{6}$ و $p(A\cap B)=\frac{1}{6}$ ومنه : $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{1}{2}$

لاحظ أن : الأرقام التي هي من مضاعفات 3 في التجربة هي : 3 ، 6

احتمال الحصول على عدد فردي منها هو : $\frac{1}{2}$

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم: تقويم	**ملاحظات :** ⋆ يجب أن نفرق بين العبارتين : (A و B) و (B علما أن A) الأولى تعني : تحقق الحادثتين A و B في آن واحد . الثانية تعني : تحقق B يتبع تحقق A و A محققة سلفا . ⋆ عند تساوي الاحتمال يكون : $\boxed{p_A(B)=\dfrac{\text{عدد عناصر المجموعة } A\cap B}{\text{عدد عناصر المجموعة } A}}$ **تمرين تطبيقي :** يحتوي كيس على 5 كرات سوداء مرقمة بـ $2,1,1,1,1$ و 3 كرات بيضاء مرقمة بـ $2,1,1$. نسحب من الكيس كرتين في آن واحد . ① احسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2 ② احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين مجموع رقميهما 2 ③ احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين علما أن مجموع رقميهما 2 **حل التمرين التطبيقي :** • عدد الحالات المكنة لهذالسحب هو : $C_8^2=28$ ① لتكن الحادثة A : الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2 إذن : $p(A)=\dfrac{C_6^2}{28}=\dfrac{15}{28}$ ② لتكن الحادثة B : الحصول على كرتين سوداوين و لتكن الحادثة $A\cap B$: الحصول على كرتين سوداوين و مجموع رقميهما 2 إذن : $p(A\cap B)=\dfrac{C_4^2}{28}=\dfrac{6}{28}=\dfrac{3}{14}$ ③ لدينا : $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$ حل التمرين 47و 50و 52صفحة 224	5 د 25 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول   الأستاذ: بلبحري كمال   المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية .

- سير الحصة

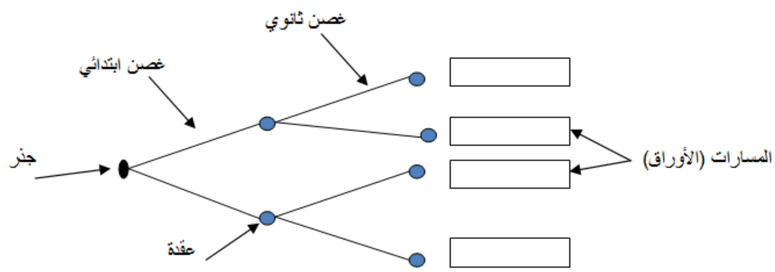
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

شجرة الاحتمالات :

15 د



فواعد استعمال شجرة الاحتمالات :

⋆ فرع يبدأ من البداية حتى نهاية طرف الشجرة يمثل تقاطعات كل الحوادث الموجودة في مساره .

⋆ مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع المرسومة من نفس العقدة يساوي 1 .

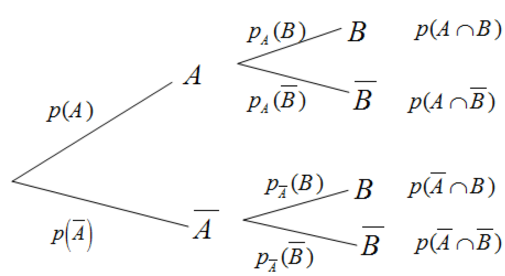
⋆ احتمال الحادثة الممثلة بطرق تساوي جداء الاحتمالات المكتوبة في فروع هذا المسار .

⋆ كل عقدة من الشجرة تمثل مرحلة من التجربة .

⋆ مثلا : على مسار A ، B ، C نكتب الاحتمالات : $p(A)$ ، $p_A(B)$ ، $p_{A\cap B}(C)$ و هذا المسار يمثل الحادثة $A\cap B\cap C$.

بناء المفاهيم:

مثال :



10 د

لدينا مايلي :

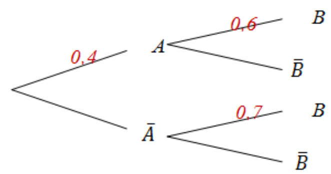
$$p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)$$
$$p(A\cap \overline{B})=p(A)\times p_A(\overline{B})$$
$$p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(B)$$
$$p(\overline{A}\cap \overline{B})=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(\overline{B})$$

$$p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)$$
$$p(\overline{B})=p(A\cap \overline{B})+p(\overline{A}\cap \overline{B})$$

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

مثال تطبيقي : إليك الشجرة التالية :

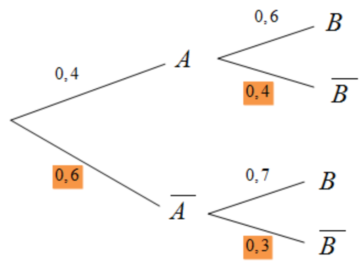


① عين الاحتمالات الناقصة .

② احسب $p(A\cap B)$ ، $p(A\cap\overline{B})$ ، $p(\overline{A}\cap B)$ و $p(\overline{A}\cap\overline{B})$

حل المثال التطبيقي : (10 د)

① تعيين الاحتمالات الناقصة :



② حساب الاحتمالات :

$p(A\cap B)=0.4\times 0.6=0.24$ $\quad$ $p(A\cap\overline{B})=0.4\times 0.4=0.16$

$p(\overline{A}\cap B)=0.6\times 0.7=0.42$ $\quad$ $p(\overline{A}\cap\overline{B})=0.6\times 0.3=0.18$

ملاحظة : (10 د)

⋆ غالبا ما يكون حساب الاحتمال $p(A\cap B)$ مباشرة صعب لذلك يكفي معرفة $p_A(B)$ أو $p_B(A)$ لحسابه .

لدينا : $p(A\cap B)=p(A).p_A(B)$ و $p(A\cap B)=p(B).p_B(A)$

تقويم:

تمرين تطبيقي : في ورشة عمل ، 2% من القطع المصنوعة معيبة .

قررنا المراقبة التالية :

- إذا كانت القطعة جيدة ، فإن احتمال قبولها هو : $0,96$
- إذا كانت القطعة معيبة ، فإن احتمال رفضها هو : $0,98$

نختار عشوائيا قطعة و نفرض أن كل الاختيارات متساوية الاحتمال .

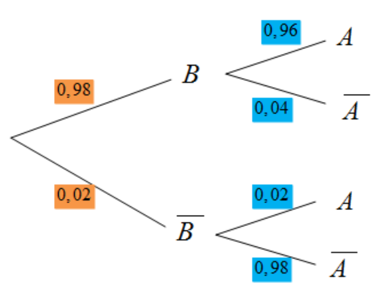
ـ ما هو احتمال أن تكون القطعة جيدة و مرفوضة ؟

حل التمرين التطبيقي : (15 د)

نرمز للحادثة A : القطعة مقبولة

نرمز للحادثة B : القطعة جيدة

و نستعمل شجرة الاحتمالات :



$p(B\cap\overline{A})=p(B).p_B(\overline{A})=0.98\times 0.04=0.0392$

حل التمرين 47 و 52 صفحة 224

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على استقلال أو ارتباط حادثتين .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **الحوادث المستقلة والمتغيرات العشوائية المستقلة :** ❶ الحوادث المستقلة : (Ω, p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان . **تعريف:** نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان تحقق إحداهما لا يغير من احتمال تحقق الأخرى . **مبرهنة:** نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ **نتيجة:** إذا كان $p(A) \neq 0$ فإن : $p_A(B) = p(B)$	10 د	
بناء المفاهيم:	**مثال «①» :** نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 و نعتبر الحادثتين . A : نحصل على عدد زوجي　　B : نحصل على عدد أولي . - هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ **حل :** $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{1}{2}$ و $p(A \cap B) = p(\{2\}) = \frac{1}{6}$ بما أن : $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{6}$ فالحادثتان A و B غير مستقلتين . **مثال «②» :** نرمي قطعة نقد غير مزيفة مرتين على التوالي و نعتبر الحادثتين . A : نحصل على الوجه في الرمية الأولى B : نحصل على الوجه في الرمية الثانية . - هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟	15 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

حل :

$p(A)=\frac{1}{2}$ و $p(B)=\frac{1}{2}$ و $p(A\cap B)=p((F,F))=\frac{1}{4}$

بما أن : $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ فالحادثتان A و B مستقلتان .

ملاحظات :

⋆ في حالة استقلال الحوادث يكون احتمال قائمة النتائج هو جداء احتمالات كل النتائج (يحدث هذا عموما في التجارب العشوائية المكررة) .

⋆ إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين فإن A و $\overline{B}$ مستقلتين .

⋆ A و B مستقلتان لا يستلزم عموما أن A و B غير متلائمتين .

بناء المفاهيم — 10 د

⋆ إذا كان A و B حادثتين غير متلائمتين مع : $p(A)\neq 0$ و $p(B)\neq 0$ فإن A و B غير مستقلتين ($p(A\cap B)=0$ و $p(A)\times p(B)\neq 0$)

❷ المتغيرات العشوائية المستقلة :

> **تعريف:** X و Y متغيران معرفان على نفس مجموعة الامكانيات E .
> لتكن $x_1,x_2,....,x_n$ قيم المتغير X و $y_1,y_2,....,y_n$ قيم المتغير Y .
> نقول إن X و Y مستقلان عندما تكون الحادثتان $(X=x_i)$ و $(Y=y_i)$ مستقلتان من أجل كل i و j حيث : $(1\leq i\leq n$ و $1\leq j\leq m)$.

ملاحظة :

⋆ متغيران عشوائيان مرتبطان بتجربتين مختلفتين مستقلان .

تمرين تطبيقي «①» :

صندوق به 3 قريصات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و 3 قريصات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3

نسحب عشوائيا قريصة واحدة من الصندوق ، ليكن X المتغير العشوائي حيث $X=1$ القريصة المسحوبة بيضاء و إلا $X=0$. و ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة برقم القريصة المسحوبة .

① عرف قانون الاحتمال لكل من X و Y .

② برهن أن X و Y مستقلان .

25 د

تمرين تطبيقي «②» :

في مسابقة يجيب مترشح عن عدد من الاسئلة و يشار للجواب الصحيح بالعدد 1 و للخاطيء بالعدد 0 .

نعتبر الحادثتين :

A : ليس للأجوبة نفس الإشارة $\quad B$: جواب واحد على الأكثر له إشارة 0 .

تقويم

① إذا كان عدد الأسئلة اثنين ، هل A و B مستقلتان ؟

② إذا كان عدد الأسئلة ثلاثة ، هل A و B مستقلتان ؟

حل التمرين 62صفحة 227

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**الاحتمالات الكلية :** ❶ تجزئة مجموعة : ⋆ نسمي تجزئة مجموعة أجزاء لهذه المجموعة كلها ليست خالية ، منفصلة مثنى مثنى (لا يوجد جزءان لهما عنصر مشترك) و اتحادهما المجموعة الكلية . ① $A_i \neq \varnothing$ ② $A_i \cap A_j = \varnothing$ ③ $A_1 \cup A_2 \cup ..... \cup A_n = \Omega$ ❷ دستور الاحتمالات الكلية : ⋆ لتكن A_1 ، A_2 ، ... ، A_n حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة Ω . لدينا من أجل كل حادثة B : $$p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + ... + p(A_n \cap B)$$ مع : $p(A_k \cap B) = p(A_k).p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث : $1 \leq k \leq n$ لاحظ أن : $\{A_k \cap B; 1 \leq k \leq n\}$ تشكل تجزئة للحادثة B . **ملاحظة :** ⋆ قانون الاحتمالات الكلية يمكن ترجمته على شجرة الاحتمالات كما يلي : احتمال الحادثة E هو مجموع احتمالات المسارات المؤدية للحادثة E .	15 د	
	مثال : تلميذ في قسم نهائي علوم تجريبية يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية . فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في شهادة البكالوريا هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$. ـ ما هو احتمال نجاحه في البكالوريا ؟ **حل :** نضع : A : النجاح في البكالوريا ، B : النجاح في المواد العلمية C : النجاح في المواد الأدبية . نجد من المعطيات : $p(B) = p(C) = \frac{1}{2}$ ، $p_B(A) = \frac{1}{3}$ ، $p_C(A) = \frac{1}{4}$ و بالتالي : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap C) = p_B(A).p(B) + p_C(A).p(C) = \frac{7}{24}$	15 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

تمرين تطبيقي «①» :

(A) ، (B) ، (C) ثلاث صناديق حيث :

الصندوق (A) يحتوي على 3 كريات حمراء و 5 كريات سوداء .

الصندوق (B) يحتوي على كريتين حمراوين و كرية سوداء .

الصندوق (C) يحتوي على كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء .

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

① ما هو احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A) ؟

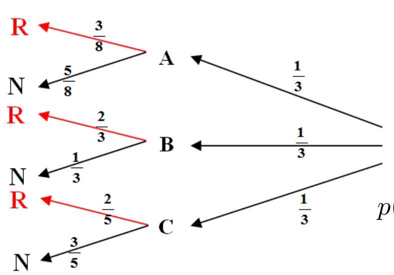
② ما هو احتمال سحب كرية حمراء ؟

③ إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟

بناء المفاهيم: — 20 د

الحـــل :

نرمز للكرية الحمراء بـ : R و للكرية السوداء بـ : N و ننشيء شجرة الاحتمالات



① احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A)

هو : $p(A \cap R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

② احتمال سحب كرية حمراء هو :

$p(R) = p(A \cap R) + p(B \cap R) + p(C \cap R)$

هناك ثلاث مسارات تؤدي إلى كرية حمراء

و عليه $p(R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{173}{360}$

③ إذن : $p_R(A) = \frac{p(A \cap R)}{p(R)} = \frac{173}{45}$

تمرين تطبيقي «②» :

يتكون مصنع لانتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث تساهم بـ 30% ، 60% ، 10% على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع و احتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في الأقسام الثلاثة هي : $0,75$ ، $0,85$ ، $0,90$ على الترتيب .

✥ ما هو احتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال ؟

10 د

الحـــل :

نضع : F : الثلاجة صالحة للاستعمال في هذا المصنع

C_i : الثلاجة أنتجت في القسم i مع : $i \in \{1, 2, 3\}$

لدينا : $p(F) = p(C_1 \cap F) + p(C_2 \cap F) + p(C_3 \cap F)$

و عليه : $p(F) = p_{C_1}(F)p(C_1) + p_{C_2}(F)p(C_2) + p_{C_3}(F)p(C_3)$

أي : $p(F) = 0,75 \times 0,3 + 0,85 \times 0,6 + 0,90 \times 0,1 = 0,822$

تقويم

حل التمرين 65 صفحة 228

ملاحظات عامة حول الحصة: ....