

الحصّة	تحليل	التاريخ	أكتوبر 2015
المحور	الدالة الأسية	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	اتجاه تغير الدالة الأسية	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية -عرفة و تفسير النهايات	المعارف المكتسبة	-خواص الدالة الأسية حساب النهايات + اتجاه تغير دالة
الوسائل البداغوجية		المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
-----------	-------------	-------

صيغة الكفاءة

**تمهيد:** نعتبر الدالة  $f: x \mapsto e^x$

◀ معرفة  $f$  وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ولدينا:  $(e^x)' = e^x$   
 ◀ من أجل كل عدد حقيقي  $x: e^x > 0$  معناه أن الدالة الأسية متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$

**نتيجة:** من أجل كل عددين  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:

$$\left\{ \begin{array}{l} e^b < e^a : \text{معناه } b < a \\ e^b = e^a : \text{معناه } b = a \end{array} \right.$$

**نشاط 1:** نعتبر الدالة  $g(x) = e^x - x$  المعرفة على  $D_g = [0; +\infty[$

(1) أحسب  $g'$  ثم أدرس إشارتها على  $D_g$

(2) استنتج أنه من أجل  $x$  من  $D_g$  أن:  $g(x) > 0$

(3) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$ ، فسر النتائج هندسيا.

نشاط إستكشافي

**الحل:**

(1) الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ولدينا:  $g'(x) = e^x - 1$ ، من أجل  $x \in [0; +\infty[$  أي  $x \geq 0$  أي  $e^x \geq e^0$  أي  $e^x \geq 1$  ومنه  $e^x - 1 \geq 0$  أي  $g'(x) \geq 0$  و منه الدالة  $g$  دالة متزايدة على  $[0; +\infty[$

(2) و عليه من أجل  $x \geq 0$  نجد:  $g(x) \geq g(0)$  أي:  $g(x) \geq 1$  ومنه:  $g(x) \geq 0$

(3) **حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$ :** لدينا من أجل  $x \in [0; +\infty[$ :  $g(x) \geq 0$  أي:  $e^x - x \geq 0$  ومنه

:  $e^x \geq x$  و عليه  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \geq \lim_{x \rightarrow +\infty} x$  ومنه حسب نظرية الحد من الأسفل نجد أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

**حساب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$ :** لدينا  $e^x = \frac{1}{e^{-x}}$  ومنه:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{-x}}$

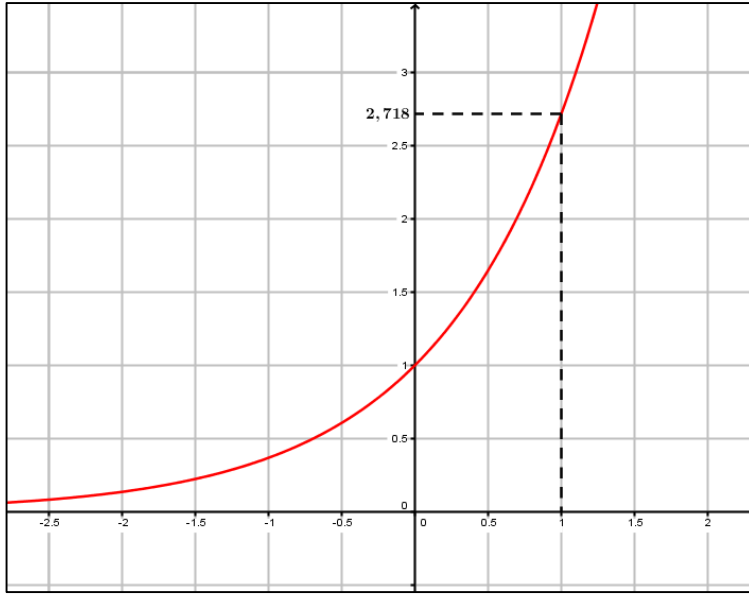
نضع:  $y = -x$  فنجد:  $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^y} = 0$  أي:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

**جدول تغيرات الدالة الأسية:**

x	$-\infty$	$+\infty$
$(e^x)'$		+
$e^x$	$-\infty$	$+\infty$

## منحنى الدالة الأسية:

المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب لما  $x$   $\rightarrow -\infty$



نشاط إستكشافي

**تمرين:** - أحسب النهاية التالية:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

أوجد أحسن تقريب تآلفي للدالة  $e^x \rightarrow x$  بجواره 0

**الحل:** - باستعمال مفهوم العدد المشتق نجد أن:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

أحسن تقريب تآلفي للدالة  $e^x \rightarrow x$  بجوار 0 هو  $1+x$  ونكتب:

$$e^x \approx 1+x \quad \text{بجوار 0}$$

**تطبيق 1:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:  $e^{x+1} = e^{\frac{2}{x}}$ ,  $\frac{2e^{2x}}{e^x + 1} = \frac{1}{e^{-x}}$

$$e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

**طريقة:**  $e^{f(x)} = e^{g(x)}$  معناه:  $f(x) = g(x)$

$e^{f(x)} \leq e^{g(x)}$  معناه:  $f(x) \leq g(x)$

**تطبيق 02:**

ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  في كل حالة:

$$(1) \quad f(x) = x + 1 + e^x \quad \text{على } R$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \quad \text{على كل من المجالين } ]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$$

$$(3) \quad f(x) = (2x - 3)e^x \quad \text{على } R$$

مرحلة التقويم و  
الاستثمار

ملاحظات حول سير الحصة: .....