| المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول- | | بطاقة رقم: 15/04 | الأستاذ: شداني عبد المالك |
|---|---|---|---|
| الحصة | تحليل | التاريخ | أكتوبر 2015 |
| المحور | الدالة الأسية | القسم | 3 علوم تجريبية |
| الموضوع | دراسة الدالة $\exp\circ g$ | المدة | ساعتين |
| الكفاءات المستهدفة | توظيف خواص الدالة الأسية النيبرية<br>معرفة و تفسير النهايات | المعارف المكتسبة | مشتق دالة مركبة |
| الوسائل البداغوجية | | المراجع | الكتاب المدرسي |

| سير الدرس | مراحل الدرس | الزمن |
|---|---|---|
| نشاط استكشافي | **نشاط1:** أحسب مشتقات الدوال التالية: $f(x)=e^{\sqrt{x}}$ ، $f(x)=e^{x^2-x+2}$ ، $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$<br>( لاحظ أن : $f(x)=\exp\circ g(x)$ حيث g دالة يطلب تعيينها)<br>-أوجد إشارة الدالة $f'$. ماذا تستنتج؟ | |
| صياغة الكفاءة | **خاصية 1:** إذا كانت g دالة قابلة للإشتقاق على مجال I فإن الدالة $\exp\circ g$ قابلة للإشتقاق على I و لدينا: $(\exp\circ g(x))'=g'(x)\times\exp(g(x))$ أي: $\boxed{\left(e^{g(x)}\right)'=g'(x)\times e^{g(x)}}$<br><br>**خاصية2:** إذا كانت g دالة معرفة على I فإن إشارة $(\exp\circ g)'$ من إشارة $g'$ على I<br><br>**أمثلة:**<br>في التمارين من 37 إلى 39 ، احسب الدالة المشتقة $f'$ للدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$.<br>1) $f(x)=e^{2x+3}$ 2) $f(x)=(-x-1)e^{-x}$<br>1) $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-\frac{x}{2}}}$ 2) $f(x)=(x^2-1)e^{2x}$<br>1) $f(x)=e^{\frac{x+1}{x-1}}$ 2) $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)e^{-\frac{1}{x}}$<br><br>**تطبيق1:** **بكالوريا جوان 2013**<br>I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ، و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.<br>1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ ، ثم إستنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى $(C)$.<br>2) أحسب $f'(x)$. ثم بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.<br>3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا $\alpha$. باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد $\alpha$<br>4) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى $(C)$ ، ثم أرسم المنحنى $(C')$ الممثل للدالة $\|f\|$<br>5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $\|f(x)\|=m$ حلان مختلفان في الإشارة. | |

مرحلة التقويم و الاستثمار

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$ .(عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين أن : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$

ب) إستنتج معادلة $(T)$ المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$ .

ج) تحقق من أن : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم $(T)$

الحل:

I) ❶ **حساب** $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}1}$ **ثم إستنتاج المستقيمين المقاربين للمنحنى** $(C)$:

إن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ لأن $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x-1}=1$ و $\lim_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x-1}}=e^0=1$

إن: $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{x}{x-1}=-\infty$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}1} e^{\frac{1}{x-1}}=0$ .

إذن للمنحنى $(C)$ مستقيمان مقاربان معادلة كل منهما هي $y=2$ و $x=1$ .

❷ **حساب** $f'(x)$: الدالة f قابلة للإشتقاق على $]-\infty;1[$ و لدينا

$f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}-\frac{-1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$ اي أن $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}\left(1+e^{\frac{1}{x-1}}\right)$.

**-إثبات أن الدالة f متناقصة تماما على المجال** $]-\infty;1[$:

من أجل كل x من $]-\infty;1[$ : $\frac{-1}{(x-1)^2}<0$ و $1+e^{\frac{1}{x-1}}>0$ إذن من أجل كل x من $]-\infty;1[$ : $f'(x)<0$ و عليه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ .

**- جدول التغيرات:**

| x | $-\infty$        $1$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ |
| $f(x)$ | $2 \searrow -\infty$ |

❸ **تبيان أن المعادلة** $f(x)=0$ **تقبل في** $]-\infty;1[$ **حلا وحيدا** $\alpha$:

بما أن الدالة f معرفة و مستمرة و متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ و $\lim_{x\to-\infty}=2$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$

فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]-\infty;1[$ حلا وحيدا $\alpha$ .

بما أن $f(0,21)=0,016$ و $f(0,22)=-0,005$ فإن $0,21<\alpha<0,22$ .

❹ **رسم المستقيمان المقاربان و المنحنى** $(C)$ **ثـــم المنحنى** $(C')$:

المنحنى $(C)$ يقطع محور الفواصل في النقطة $A\left(0;\frac{1}{e}\right)$ لأن: $f(0)=\frac{1}{e}$ .

سلطان لرسم $(C')$ لاحظ أن: $|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ; f(x)\geq 0 \\ -f(x) & ; f(x)<0\end{cases}$ أي أن:

$|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ; \alpha\leq x<1 \\ -f(x) & ; x<\alpha\end{cases}$.

وعليه $(C')$ منطبق على المنحنى $(C)$ في المجال $[\alpha;1[$ و $(C')$ يناظر $(C)$ بالنسبة إلى محور الفواصل في المجال $]-\infty;\alpha[$ .

❺ بيانيا المعادلة $|f(x)|=m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة من أجل قيم m من المجال $]\frac{1}{e};2[$ .

II) ❶ **دراسة تغيرات الدالة g على** $]-\infty;1[$ **:لاحظ** أن من أجل x من $]-\infty;1[$ فإن $2x-1\in]-\infty;1[$

أ) **حساب النهايات:** بوضع $\beta=2x-1$ نجد:

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{\beta\to-\infty} f(\beta)=2$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} g(x)=\lim\limits_{\beta\xrightarrow{<}1} f(\beta)=-\infty$ .

ب) **دراسة إتجاه تغير الدالة g و إنجاز جدول تغيراتها:**

الدالة g قابلة للإشتقاق على $]-\infty;1[$ و لدينا $g'(x)=(2x-1)'\times f'(2x-1)$ اي:
$g'(x)=2f'(2x-1)$

بما أن من أجل كل x من $]-\infty;1[$ : $f'(x)<0$ فإن من أجل كل x من $]-\infty;1[$ :
$g'(x)<0$ و عليه و الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ .

**طريقة ثانية:** يمكن توظيف إتجاه تغير تركيب دالتين.

**جدول التغيرات:**

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | $-\infty$ | $1$ |
| $g'(x)$ | $-$ | ‖ |
| $g(x)$ | $2$ ↘ $-\infty$ | ‖ |

❷أ) لدينا: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=f\left(2\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)-1\right)=f(\alpha)=0$

إن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'\left(2\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)-1\right)=2f'(\alpha)$ .

ب) **تعيين معادلة للمماس $(T)$:**

لدينا: $(T): y=g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)+g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$ ومنه:

$(T): y=\frac{-2}{(\alpha-1)^2}\left(1+e^{\frac{1}{\alpha+1}}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)$ .

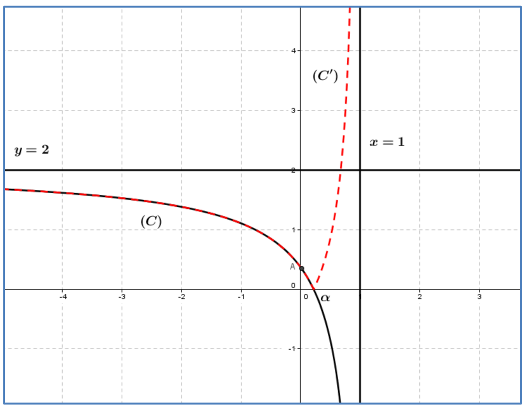
جـ) **التحقق من أن** $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ **معادلة للمماس** $(T)$:

لدينا $f(\alpha)=0$ إذن $\frac{\alpha}{\alpha+1}+e^{\frac{1}{\alpha-1}}=0$ و عليه $e^{\frac{1}{\alpha+1}}=\frac{-\alpha}{\alpha+1}$ ومنه $1+e^{\frac{1}{\alpha+1}}=\frac{-1}{\alpha-1}$

تصبح عندئذ معادلة المماس $(T)$: $y=\frac{-2}{(\alpha-1)^2}\left(\frac{-1}{\alpha-1}\right)\left(x-\frac{\alpha+1}{2}\right)$ أي أن

$y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ .

**التمثيل البياني:**




**ملاحظات حول سير الحصة:**...........................................................................................