المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة–عين الذهب–

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019

ميدان التعلم : التحليل

يـــوم :

الوحدة : الدوال الأسية

المدة : ساعة

الموضوع : الدالة الأسية

الأستاذ: ياسين

المكتسبات القبلية: مفاهيم أولية حول الدوال العددية، العمليات على الدوال المشتقة، تقريب أولر

الكفاءات المستهدفة: التعرف على الدالة الأسية النيبيرية وخواصها.

الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
	نشاط رقم 01 صفحة 76		
البناء و الترسيخ	**عمـــوميات :** **مبرهنة و تعريف** توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f' = f$ و $f(0) = 1$ نرمز إلى هذه الدالة بالرمز $''exp''$ ونسميها الدالة الأسية النيبيرية **نتـــائج :** $exp(0) = 1$ $exp'(x) = exp(x)$ **خواص جبرية :** ❶ $exp(x) \neq 0$ ❷ $exp(-x) = \frac{1}{exp(x)}$ ❸ $exp(x+y) = exp(x) \times exp(y)$ ❹ $exp(x-y) = \frac{exp(x)}{exp(y)}$ ❺ $exp(nx) = \left[exp(x)\right]^n$ **العدد e والترميز e^x :** العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية أي $e = exp(1)$. تعطينا الحاسبة $e \approx 2.718281828$. من أجل كل عدد صحيح نسبي n ، $exp(n) = exp(n \times 1) = [exp(1)]^n$ ، لدينا إذن: من أجل كل عدد صحيح نسبي n، $exp(n) = e^n$. اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي x، إلى $exp(x)$ بِـ e^x .	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 42 صفحة 61	15 د	

المذكرة رقم:02

الأستاذ: ياسين

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب-　　　　المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 − 2019　　　　ميدان التعلم : التحليل

يــــوم :　　　　الوحدة : الدالة الأسية

المدة : ساعة　　　　الموضوع : الدوال الأسية : $x \longmapsto e^{kx}$

✍ **المكتسبات القبلية:** مفاهيم أولية حول الدوال العددية، العمليات على الدوال المشتقة، تقريب أولر

✍ **الكفاءات المستهدفة:** التعرف على الدالة الأسية النيبيرية وخواصها.

✍ **الأدوات المستعملة:** الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	**❶ حلول المعادلة : $f' = kf$:** **مبرهنة و تعريف** توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f' = kf$ و $f(0) = 1$ هي الدالة $x \longmapsto e^{kx}$ **برهان** **الوجود:** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = e^{kx}$ الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x) = ke^{kx} = kf(x)$ كما أن $f(0) = e^0 = 1$ وبالتالي الدالة f تحقق $f' = kf$ و $f(0) = 1$ **الوحدانية :** نفرض وجود دالة ثانية g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $g' = kg$ و $g(0) = 1$، نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$، الدالة h قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h'(x) = \dfrac{g'(x)f(x) - g(x)f'(x)}{[f(x)]^2} = \dfrac{kg(x)f(x) - g(x)kf(x)}{[f(x)]^2} = 0$ إذن h ثابتة على $\mathbb{R}$ مع $h(0) = \dfrac{g(0)}{e^0} = 1$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x) = 1$ وعليه $f(x) = g(x)$ إذن الدالة f موجودة ووحيدة. **❷ دوال تحول المجموع إلى جداء :** **مبرهنة** الدوال غير المعدومة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : من أجل كل عددين حقيقين x و y ، $f(x+y) = f(x)f(y)$ هي الدوال $x \longmapsto e^{kx}$ حيث k عدد حقيقي	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 11 ، 15 صفحة 102	15 د	

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة–عين الذهب– | المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019 | ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : | الوحدة : الدالة الأسية

المدة : ساعة | الموضوع : دراسة الدالة الأسية

✍ المكتسبات القبلية: مفاهيم أولية حول الـدوال العددية، العمليات على الدوال المشتقة، تقريب أولر

✍ الكفاءات المستهدفة: التعرف على الدالة الأسية النيبيرية وخواصها.

✍ الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الـدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	(انظر أدناه)	10 د 10 د	

① اتجاه تغير الدالة الأسية:

خاصية

من أجل كل عدد حقيقي x ، $e^x > 0$

برهان : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $e^x = e^{2\times\frac{x}{2}} = \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2$

خاصية

الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

برهان :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $exp'(x) = e^x > 0$ ومنه e^x متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

نتائج :

✍ من أجل كل عددين حقيقين a و b لدينا : $e^a < e^b$ معناه أن $a < b$

و $e^a = e^b$ تعني أن $a = b$

✍ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $0 < e^x < 1$ يعني $x < 0$

و $e^x > 1$ يعني $x > 0$

② النهـــــايـــات:

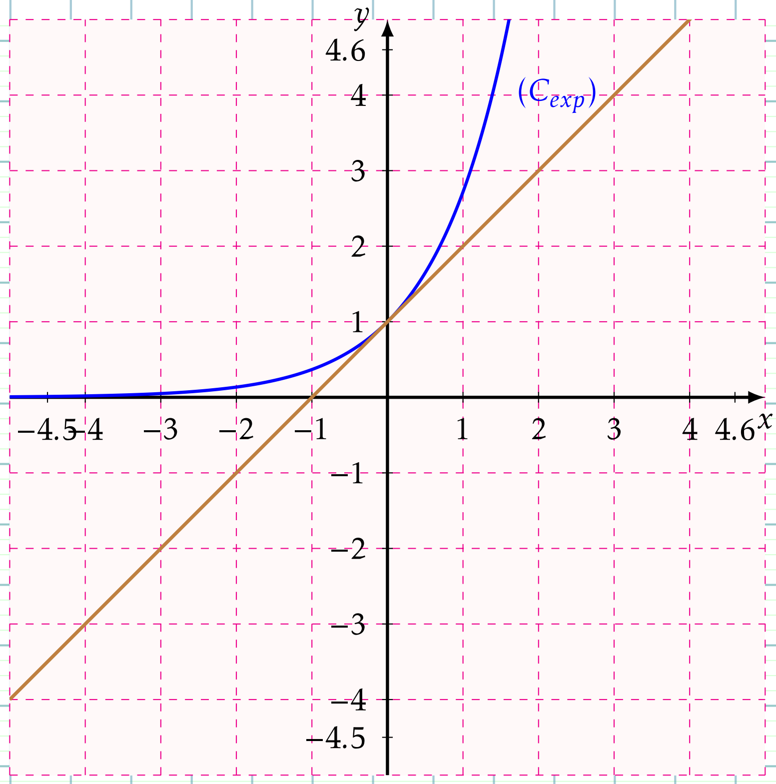
خواص

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} e^x = 0$$

② جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
e^x		$+$	
e^x	0	1 ↗	$+\infty$

③ التمثيل البياني :



✍ المنحنى (C) الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب لما x يؤول إلى $-\infty$

✍ لدينا $exp'(0) = exp(0) = 1$ إذن المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا $y = x + 1$

✍ من تعريف العدد المشتق لدينا $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{0+x} - e^0}{x} = exp'(0) = 1$ إذن :

$$\boxed{\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1}$$

④ حل معادلات ومتراجحات:

طريقة

✍ المعادلة $e^{u(x)} = e^{v(x)}$ تعني $u(x) = v(x)$

✍ المتراجحة $e^{u(x)} < e^{v(x)}$ تعني $u(x) < v(x)$

التقويم	تمارين 5، 8، 17 ، 29 صفحة 102، 103		15 د

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب- | المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019 | ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : | الوحدة : الدالة الأسية

المدة : ساعة | الموضوع : دراسة الدالة $exp \circ u$

✍ **المكتسبات القبلية:** النهايات، الاشتقاقية ،اتجاه التغير،خواص الدالة الأسية

✍ **الكفاءات المستهدفة:** توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية .

✍ **الأدوات المستعملة:** الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الـدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	① **النهايات:** **مبرهنة** a ، b و c تمثل أعددا حقيقية أو $+\infty$ أو $-\infty$ نعتبر الدوال التالية u ، e^x و f حيث $f = exp \circ u$ إذا كانت $\lim\limits_{x\to a} u(x) = b$ و $\lim\limits_{x\to b} e^x = c$ فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x) = c$ ② **مثال** : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{x}\left(e^{2x} - 2\right)$ **احسب نهايات f عند $-\infty$ و 0** ② **اتجاه التغير** : **خاصية** إذا كانت u دالة معرفة على مجال I فإن للدالتين u و $exp \circ u$ نفس اتجاه التغير على المجال I ③ **المشتقة:** **خاصية** إذا كانت u دالة قابلة للإشتقاق على مجال I فإن للدالة $exp \circ u$ قابلة للإشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I، $\boxed{(exp \circ u)'(x) = u'(x)e^{u(x)}}$	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 48 صفحة 105	15 د	

المذكرة رقم:02

الأستاذ: ياسين

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب- | المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019 | ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : | الوحدة : الدالة الأسية

المدة : ساعة | الموضوع : المعادلات التفاضلية من الشكل : $y' = ay + b$

المكتسبات القبلية: خواص الدالة الأسية النيبيرية

الكفاءات المستهدفة: توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية

الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
	نشـــاط: نعتبر الدالة $f(x) = Ce^{ax}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ و c عدد ثابت، تحقق أن الدالة f حل للمعادلة $f'(x) - af(x) = 0$	10 د	
البناء و الترسيخ	① **المعادلات التفاضلية (العادية):** نسمي كل معادلة تشمل $f(x)$ ومشتقته $f'(x)$ معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى. حل معادلة تفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ معناه البحث عن الدوال القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ التي تحقق : $f'(x) = af(x) + b$ ② **المعادلات التفاضلية من الشكل** $y' = ay$ ،$a \neq 0$ **(متجانسة):** **مبرهنة** a عدد حقيقي غير معدوم، حلول المعادلة التفاضلية $y' = ay$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax}$ حيث C عدد ثابت **مثال** : حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية التالية: $2y' + y = 0$ ② **المعادلات التفاضلية من الشكل** $y' = ay + b$ ،$a \neq 0$ **(غ متجانسة):** **مبرهنة** a و b عددان حقيقيان غير معدوم، حلول المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ حيث C عدد ثابت **مثال** : حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية التالية: $y' - 2y = 4$ **حالة خاصة** : من أجل كل ثنائية (x_0, y_0) المعادلة $y' = ay + b$ مع $a \neq 0$ تقبل حلا وحيدا f حيث: $f(x_0) = y_0$	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 103،104 صفحة 109	15 د	