المؤسسة: ثانوية سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الدوال الأسية

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة التفسية: **مناقشة النشاط 01 صفحة 76:** 1) إنشاء تمثيل تقريبي للدالة f باستعمال طريقة أولر 2) خواص الدالة f : ∗ إثبات أن h دالة ثابتة على $\mathbb{R}$: لدينا: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $h(x) = f(x)f(-x)$ h دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $h'(x) = f'(x)f(-x) + [-f'(-x)f(x)] = 0$ كون $f(x) = f'(x)$. و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h'(x) = 0$ إذن : h دالة ثابتة ∗ استنتاج انه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $h(x) = 1$: لدينا : $h(0) = f(0).f(0) = 1$ و كون h دالة ثابتة فإن : $h(x) = h(0) = 1$ ∗ اثبات أن $f(x) \neq 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$: نفرض بالخلف أنه يوجد عدد حقيقي x_0 بحيث : $f(x_0) = 0$ ومنه : $f(x_0).f(-x_0) = 0$ أي : $h(x_0) = 0$ وهذا يناقض كون $h(x) = 1$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$. إذن : من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) \neq 0$ 3) نفرض أنه توجد دالة ثانية g تحقق : $g' = g$ و $g(0) = 1$ و بما أن : f لا تنعدم على $\mathbb{R}$ نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ ∗ تبيان أن k دالة ثابتة على $\mathbb{R}$: k دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $k'(x) = \frac{g'(x)f(x)-f'(x)g(x)}{(f(x))^2}$ و بما أن : $f' = f$ و $g' = g$ فإن : $k'(x) = \frac{g(x)f(x)-f(x)g(x)}{(f(x))^2} = 0$ أي : k دالة ثابتة على $\mathbb{R}$ ∗ استنتاج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = f(x)$: لدينا : $k(0) = \frac{g(0)}{f(0)} = 1$ و بما أن k ثابتة فإن : $k(x) = 1$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ إذن : $\frac{g(x)}{f(x)} = 1$ أي : $f(x) = g(x)$ 4) بنفس الطريقة يمكن إثبات أن الدالة : i ثابتة على $\mathbb{R}$. ∗ استنتاج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و y من $\mathbb{R}$: $f(x+y) = f(x)f(y)$ لدينا : $i(0) = \frac{f(0+y)}{f(0)} = f(y)$ و i ثابتة على $\mathbb{R}$ و منه : من أجل كل x و y من $\mathbb{R}$: $i(x) = f(y)$ أي : $\frac{f(x+y)}{f(x)} = f(y)$ و منه : $f(x+y) = f(x)f(y)$	25 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	* استنتاج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و y من $\mathbb{R}$: $f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$ $f(x-y)=f(x+(-y))=f(x)f(-y)$ و مما سبق : $f(-y)f(y)=1$ و منه : $f(-y)=\frac{1}{f(y)}$ بالتعويض ينتج : $f(x-y)=f(x)\frac{1}{f(y)}=\frac{f(x)}{f(y)}$ 5) n عدد صحيح نسبي و j معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $j(x)=\frac{f(nx)}{[f(x)]^n}$ بنفس الطريقة يمكن إثبات أن الدالة j : ثابتة على $\mathbb{R}$. * استنتاج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(nx)=[f(x)]^n$ لدينا : $j(0)=\frac{f(0)}{[f(0)]^n}=1$ و كون j ثابتة على $\mathbb{R}$ فإن : $j(x)=1$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ إذن : $f(nx)=[f(x)]^n$ **مبرهنة و تعريف:** توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: $\mathbf{f=f'}$ و $f(0)=1$ و تسمى الدالة الأسية ونرمز لها بالرمز **exp** . من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\exp(x)$ و تقرء **أسية** x . **نتائج :** من التعريف ينتج لدينا ① $\exp'(x)=\exp(x)$ ② $\exp(0)=1$ **خواص:** من أجل كل عددين حقيقين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا: ❶ $\exp(x)\neq 0$ ❷ $exp(x).exp(-x)=1$ $(\exp(-x)=\dfrac{1}{\exp(x)})$. ❸ $\exp(x+y)=\exp(x).exp(y)$ ❹ $\exp(x-y)=\dfrac{\exp(x)}{\exp(y)}$ ❺ $\exp(nx)=[\exp(x)]^n$. **العدد e والترميز e^x:** العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية أي : $\exp(1)=e$ تعطينا الحاسبة $e\simeq 2,715281$. من أجل كل عدد صحيح نسبي n لدينا : $\exp(n)=\exp(n\times 1)=[\exp(1)]^n=e^n$. نصطلح أنه من أجل كل عدد حقيقي x نرمز لـ: $\exp(x)$ بـ: e^x . **خواص الحساب:** من أجل كل عددين حقيقين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا: ❶ $(e^x)'=e^x$ ❷ $\exp(0)=1$ ❸ $e^x.e^{-x}=1$ $(e^{-x}=\dfrac{1}{e^x})$. ❹ $e^x\neq 0$ ❺ $e^{(x+y)}=e^x.e^y$ ❻ $e^{(x-y)}=\dfrac{e^x}{e^y}$ ❼ $e^{(nx)}=[=e^x]^n$	10 د 25 د	
تقويم	حل التمرين 02 و 03 صفحة 102 .		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　　الأستاذ: بلبحري كمال　　　المادة : رياضيات

المستوى والشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الدوال الأسية

الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بقواعد الحساب في الدالة الأسية. إتجاه تغير الدالة الأسية: خاصية«①»: من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x > 0$ برهان : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $e^x = e^{2(\frac{x}{2})} = (e^{\frac{x}{2}})^2$ بما أن $e^x \neq 0$ فإن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x > 0$	15 د	من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ و $n \in \mathbb{Z}$ لدينا: $e^{nx} = (e^x)^n$
بناء المفاهيم:	خاصية«②»: الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ برهان : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $(e^x)' = e^x$ وكون $e^x > 0$ فإن : $(e^x)' > 0$ ومنه الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. نتائج : من أجل كل عددين حقيقيين a و b لدينا : ✦ $e^a = e^b$ يعني أن $a = b$. ✧ $e^a < e^b$ يعني أن $a < b$. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: ✦ $0 < e^x < 1$ يعني أن $x < 0$. ✧ $e^x > 1$ يعني أن $x > 0$. تمرين تطبيقي«①»: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : ① $e^x + 2 = 0$　② $e^{-2x+1} - 1 = 0$　③ $e^{x+1} = e^{\frac{1}{x}}$ طريقة: $e^{u(x)} = e^{v(x)}$ تعني $u(x) = v(x)$ تمرين تطبيقي«②»: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية : ① $e^{3x} \leq 1$　② $e^{2x^2} \geq e^{5x+3}$ طريقة: $e^{u(x)} \geq e^{v(x)}$ تعني $u(x) \geq v(x)$	25 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
تقويم	تمرين تطبيقي: ادرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة : ① $f(x) = x + 1 + e^x$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ ② $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$ $\quad D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ③ $f(x) = (2x - 3)e^x$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ حل التمرين 05 و 07 و 09 صفحة 102 حل التمارين من 29 إلى 36 صفحة 103	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الدوال الأسية
الكفاءات المستهدفة: – توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمشتقة دالة مركب. دراسة الدالة $\exp\circ u$: ❶ اتجاه التغير: **خاصية:** إذا كانت u دالة معرفة على المجال I من $\mathbb{R}$ فإن للدالتين u و $\exp\circ u$ نفس إتجاه التغير على I . **برهان :** نعلم أنه إذا كان للدالتين u و v نفس إتجاه التغير فإن : الدالة $v\circ u$ متزايدة تماما على I . و إذا كان للدالتين u و v إتجاها تغير متعاكسين فإن : الدالة $v\circ u$ متناقصة تماما على I . بما أن : الدالة exp متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن : للدالتين $\exp\circ u$ و u نفس إتجاه التغير على I . **مثال:** f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=e^{2x+7}$ – لنعين إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$: بما أن : الدالة $x\longmapsto 2x+7$ دالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن : الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$	15 د	
بناء المفاهيم:	❷ مشتقة الدالة $\exp\circ u$: **خاصية:** إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$ فإن الدالة $\exp\circ u$ قابلة للاشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I : $[e^{u(x)}]'=u'(x).e^{u(x)}$ **برهان :** لدينا : $[e^{u(x)}]'=u'(x).\exp'(u(x))$. ولكن من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\exp'(x)=\exp(x)$. إذن : $[e^{u(x)}]'=u'(x).\exp(u(x))$ **مثال①:** لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=e^{x^2-3x+1}$. لدينا: $f'(x)=(2x-3)e^{x^2-3x+1}$. **مثال②:** لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=e^{\sqrt{x}}$ لدينا : $g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$.	15 د	بمساعدة التلاميذ نثبت هذه الخاصية باستعمال مبرهنة إتجاه تغير التركيب

ملاحظات	المدة	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
	30 د	تمرين تطبيقي: ادرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة : ① $f(x) = x + 1 - e^{-2x}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ ② $f(x) = e^{3x} - 3e^{x}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ ③ $f(x) = \dfrac{e^{4x} - 3}{e^{4x} + 1}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ ④ $f(x) = e^{\frac{x+1}{x-1}}$ $\quad D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ حل التمرين 38 و 39 صفحة 104	تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الدوال الأسية

الكفاءات المستهدفة: – حل معادلة تفاضلية من الشكل $y' = ay + b$.

– سير الحصة

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>الإنطلاق:

بناء المفاهيم:</td><td>⋆ التهيئة النفسية: التذكير بأهمية المعادلات التفاضلية
تمهيد :
⋆ المعادلة التفاضلية هي معادلة المجهول فيها دالة نرمز لها غالبا بـ : y ، z
⋆ كل معادلة تشمل الدالة و مشتقتها نسميها معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .
⋆ حل معادلة تفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ يعني : البحث عن كل الدوال f القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق : $f'(x) = af(x) + b$
نشاط :
لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = ce^{ax}$ مع: c عدد حقيقي ثابت .
✍ احسب $f'(x)$ ثم تحقق أن الدالة f حل للمعادلة التفاضلية : $y' = ay$
❶ المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay$ و $a \neq 0$:

مبرهنة : a عدد حقيقي غير معدوم
حلول المعادلة $y' = ay$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال : $x \mapsto ce^{ax}$
حيث : c عدد حقيقي ثابت .

مثال :
ـ لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $y' + 5y = 0$:
لدينا : $y' + 5y = 0$ معناه : $y' = -5y$
و منه حلول هذه المعادلة هي الدوال : $x \mapsto ce^{-5x}$ مع: $c \in \mathbb{R}$
❷ المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ و $a \neq 0$:

مبرهنة : a عدد حقيقي غير معدوم
حلول المعادلة $y' = ay + b$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال : $x \mapsto ce^{ax} - \frac{b}{a}$
حيث : c عدد حقيقي ثابت .

مثال :
ـ لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $y' = 2y + 1$:
حلول هذه المعادلة هي الدوال : $x \mapsto ce^{2x} - \frac{1}{2}$ مع: $c \in \mathbb{R}$</td><td>10 د

15 د

15 د</td><td>مناقشة النشاط من طرف التلاميذ</td></tr>
</table>

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
	خاصية : من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية $(x_0;y_0)$ ، المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ مع: $a \neq 0$ تقبل حلا وحيدا f يحقق : $f(x_0) = y_0$ **تمرين تطبيقي :** نعتبر المعادلة التفضلية $(E) \ : \ 2y' + y = 1$ ❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) . ❷ عين الحل الخاص f للمعادلة (E) بحيث : $f(-1) = 2$ ❸ أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .	20 د	
تقويم	حل التمرين 102 صفحة 109 حل التمرين 105 و 106 صفحة 110		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....