المؤسسة: سليماني جلول		الأستاذ: بلبحري كمال		المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : دوال القوى

الكفاءات المستهدفة: - حل مشكلات بتوظيف دوال القوى .

- سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: تمهيد: ليكن a عددا حقيقيا موجبا تماما و ليكن n عددا صحيحا نسبيا . نعلم أن : $\ln(a^n)=n\ln a$ و عليه : $a^n=e^{n\ln a}$ و بما أن : $\ln e=1$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x=e^{x\ln e}$ قوى عدد حقيقي موجب تماما : تعريف «①»: نضع : $a^b=e^{b\ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث : $a>0$ و b كيفي . تعريف «②»: a عدد حقيقي موجب تماما . تسمى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=a^x=e^{x\ln a}$ الدالة الأسية ذات الأساس a . قواعد الحساب : خواص: من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما a و b و من أجل كل عددين حقيقيين x و y لدينا : ① $\ln(a^x)=x\ln a$ ② $a^x.a^y=a^{x+y}$ ③ $a^{-y}=\frac{1}{a^y}$ ④ $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$ ⑤ $(a^x)^y=a^{xy}$ ⑥ $(ab)^x=a^x.b^x$ ⑦ $\left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}$ البرهان : (يتم إنجاز مختلف البراهين باستعمال العلاقة $a^x=e^{x\ln a}$) تمرين تطبيقي : ① بسط العبارتين التاليتين : $a.\ (0.25)^{-1.5}$ $b.\ 3^{-\frac{1}{\ln 3}}$ ② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^x=3^{2x+1}$	10 د 15 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

دراسة الدالة $x \mapsto a^x$:

نضع من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما a و يختلف عن 1

و من أجل x من $\mathbb{R}$: $f_a(x) = a^x = e^{x\ln a}$

❶ النهايات: نميز حالتين حسب إشارة $\ln a$.

15 د

- إذا كان $0 < a < 1$ فإن : $\lim\limits_{x\to-\infty} x\ln a = +\infty$ و بما أن : $\lim\limits_{X\to+\infty} e^X = +\infty$

  نستنتج أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x) = +\infty$
- إذا كان $0 < a < 1$ فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln a = -\infty$ و بما أن : $\lim\limits_{X\to-\infty} e^X = 0$

  نستنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x) = 0$
- إذا كان $a > 1$ فإن : $\lim\limits_{x\to-\infty} x\ln a = -\infty$ و بما أن : $\lim\limits_{X\to-\infty} e^X = 0$

  نستنتج أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x) = 0$
- إذا كان $a > 1$ فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln a = +\infty$ و بما أن : $\lim\limits_{X\to+\infty} e^X = +\infty$

  نستنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x) = +\infty$

❷ اتجاه التغير:

⋆ الدالة f_a هي مركب الدالة $u : x \mapsto x\ln a$ متبوعة بالدالة الأسية .

و بما أن : الدالتين u و exp قابلتين للإشتقاق على $\mathbb{R}$

فإن : f_a قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$

و لدينا : $f'_a(x) = (\ln a)e^{x\ln a}$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{x\ln a} > 0$ إذن : إشارة $f'_a(x)$ من إشارة $\ln a$:

- إذا كان $0 < a < 1$ فإن : $\ln a < 0$ و منه : الدالة f_a متناقصة تماما على $\mathbb{R}$
- إذا كان $a > 1$ فإن : $\ln a > 0$ و منه : الدالة f_a متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

❸ جدول التغيرات والتمثيل البياني:

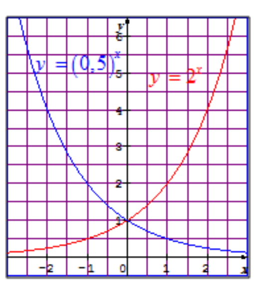
20 د

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_a(x)$ $0<a<1$	$+\infty$ ↘	0

x	$-\infty$	$+\infty$
$f_a(x)$ $a>1$	0 ↗	$+\infty$

$f_a(1) = a$

$f_a(0) = 1$



تقويم

حل التمرين 4و5و9و10و14صفحة 134

حل التمرين 34و35صفحة 135

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : دالة الجذر النوني

الكفاءات المستهدفة: – حل مشكلات بتوظيف دالة الجذر النوني .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	(انظر المحتوى أدناه)	10 د / 15 د	

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

تمهيد:

الدالة $f_n : x \mapsto x^n$ حيث : n عدد طبيعي غير معدوم .

مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

و لدينا : $f_n(0)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=+\infty$

إذن : من أجل كل عدد حقيقي موجب a : المعادلة $x^n=a$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[0;+\infty[$ — 10 د

الدالة الجذر النوني :

مبرهنة وتعريف:

من أجل كل عدد حقيقي موجب a و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يوجد عدد حقيقي موجب وحيد b يحقق : $b^n=a$

يسمى b الجذر النوني للعدد a و نرمز له : $\sqrt[n]{a}$

تسمى الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ حيث : $x\mapsto\sqrt[n]{x}$ الدالة الجذر النوني .

أمثلة :

$\sqrt[n]{0}=0$ $\qquad$ $\sqrt[n]{1}=1$ $\qquad$ $\sqrt[3]{8}=2$

خاصية:

من أجل كل عدد حقيقي موجب a

و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

البرهان :

نعلم أن : $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n=a$ و بما أن : $\sqrt[n]{a}$ هو الحل الموجب الوحيد للمعادلة $x^n=a$ — 15 د

فإن : $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

تمرين تطبيقي : بسط كتابة الأعداد التالية :

① $A=\sqrt[2]{3}\times\sqrt[4]{3^6}$ $\qquad$ ② $B=\dfrac{\sqrt[4]{x}\times\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

ملاحظات	المدة	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل

دراسة الدالة $x \mapsto \sqrt[n]{x}$:

نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و من أجل كل x من $[0;+\infty[$:

$$g_n(x) = \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

• g_n قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا : $g'_n(x) = \frac{1}{n}.x^{\frac{1}{n}-1}$ و منه : $g'_n(x) > 0$

إذن : الدالة g_n متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

جدول التغيرات والتمثيل البياني:

المدة: 15 د

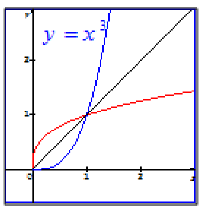
المراحل: بناء المفاهيم:

x	0 $+\infty$
$g'_n(x)$	$\parallel$ $+$
$g_n(x)$	0 ↗ $+\infty$

ملاحظة

الدالة g_n غير قابلة للاشتقاق عند0.

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt[n]{x} = \lim_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{n}\ln x} = +\infty$$



تمرين تطبيقي :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt[3]{1+2x^2}$

① بين أن f دالة زوجية .

② احسب نهاية f عند $+\infty$ ثم استنتج نهاية f عند $-\infty$

③ أدرس تغيرات الدالة f

المدة: 20 د

المراحل: تقويم

حل التمرين 24و29صفحة 135

حل التمرين 63 صفحة 139

ملاحظات عامة حول الحصة: ....