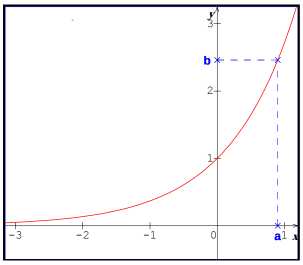
المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول-	**بطاقة رقم:** 17/06		**الأستاذ:** شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	**التاريخ**	أكتوبر 2015
المحور	الدالة الأسية	**القسم**	3 علوم تجريبية
الموضوع	الدالة اللوغاريتمية	**المدة**	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	معرفة خصائص الدالة اللوغارتمية	**المعارف المكتسبة**	
الوسائل البداغوجية		**المراجع**	الكتاب المدرسي
سير الدرس	**مراحل الدرس**		**الزمن**

نشاط استكشافي

نشاط 2 رقم 77 **تذكير بمبرهنة القيم المتوسطة**



تمهيد: الدالة الأسية $x \mapsto e^x$ مستمرة و متزايدة على $\mathbb{R}$

و لدينا: $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$، إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن للمعادلة $e^x = b$ حيث $0 < b < +\infty$

حل وحيد a من $\mathbb{R}$ أي: $e^a = b$

نضع: $a = \ln(b)$ و يسمى **اللوغاريتم النيبيري** للعدد a

تعريف: تسمى هذه الدالة " الدالة اللوغاريتمية النيبيرية " و نرمز إليها بالرمز " $\ln$ ".

1) حساب الصور:

حساب الأعداد:

$\ln(1) = a$ منه $1 = e^a$ وعليه $a = 0$ ، إذن: $\boxed{\ln(1) = 0}$.

$\ln(e) = a$ منه $e = e^a$ وعليه $a = 1$ ، إذن: $\boxed{\ln(e) = 1}$.

$\ln\left(\frac{1}{e}\right) = a$ منه $\frac{1}{e} = e^a$ ومنه $e^{-1} = e^a$ وعليه $a = -1$ ، إذن: $\boxed{\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1}$.

$\ln(e^2) = a$ منه $e^2 = e^a$ وعليه $a = 2$ ، إذن: $\boxed{\ln(e^2) = 2}$.

تعيين قيمة تقريبية إلى 10^{-3} للعدد $\ln 2$:

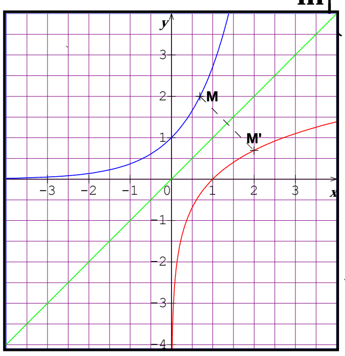
لدينا: $\ln(2) = a$ ومنه $2 = e^a$ و منه نجد: $\boxed{\ln(2) \simeq 0,693}$

a	$0,6$	$0,65$	$0,69$	$0,691$	$0,692$	$0,693$	$0,694$
e^a	$1,822$	$1,916$	$1,994$	$1,996$	$1,998$	$1,999$	$2,002$

تبيان أن $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$:

هندسيا نستنتج أن: $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$ ومنه: $\ln\left(\frac{1}{2}\right) \simeq -0,693$

2) التمثيل البياني :



نرمز بـ (C) إلى منحنى الدالة $x \mapsto e^x$ و بـ (C') إلى منحنى الدالة $x \mapsto \ln x$.

بما أن $y = e^x$ يعني $x = \ln y$ فإن القول أن النقطة $M(x;y)$ تنتمي إلى (C) يعني أن النقطة $M'(y;x)$ تنتمي إلى (C').

و بما أن $M(x;y)$ و $M'(y;x)$ متناظرتين بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $y = x$ فإن المنحنيين (C) و (C') متناظرين بالنسبة إلى هذا المستقيم.

صياغة الكفاءة

1/ اللوغاريتم النيبيري لعدد:

تعريف: b عدد حقيقي موجب تماما . العدد a هو الحل الوحيد للمعادلة $e^x = b$
يسمى اللوغاريتم النيبيري لـ a و نرمز له بـ $\ln b$

مثال: أوجد العدد الحقيقي x الذي يحقق $e^x = 6$ **الحل:** حسب التعريف السابق نجد:

$x = \ln 6$

2/الدالة اللوغاريتمية:

تعريف: نسمي الدالة اللوغاريتمية النيبيرية الدالة "$x \mapsto \ln x$" وهي معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ و تأخذ قيمها في $\mathbb{R}$ ونكتب: $\boxed{\begin{array}{l}\ln : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \ln x\end{array}}$.

3/نتائج:

1) من أجل كل عددين حقيقيين x و y حيث $x > 0$ $e^x = y$ معناه : $x = \ln y$
2) من أجل كل عدد x حقيقي موجب تماما: $e^{\ln x} = x$
3) من أجل كل x عدد حقيقي : $\ln(e^x) = x$
4) $\ln 1 = 0$ و $\ln e = 1$

نشاط إستكشافي

نشاط2:

a و b عددين حقيقيين موجبين، من أجل $a < b$ ، قارن بين $\ln a$ و $\ln b$. ماذا تستنتج؟

الحل: $a < b$ أي: $e^{\ln a} < e^{\ln b}$ معناه: $\ln a < \ln b$

الاستنتاج: الدالة اللوغاريتمية "$\ln$" متزايدة على $]0;+\infty[$

نتائج: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$:

1) $\ln a = \ln b$ يعني $a = b$.
2) $\ln a < \ln b$ يعني $a < b$.
3) $\ln a > 0$ يعني $a > 1$ و $\ln a < 0$ يعني $0 < a < 1$ كما أن $\ln 1 = 0$.

مرحلة التقويم و الاستثمار

طرائق:

طريقة: يكون لِـ $\ln a$ معنى إذا و فقط إذا كان العدد الحقيقي a موجب تماما.

تمرين رقم 52 صفحة 106 ، تمرين رقم 54 صفحة 106

طريقة: لحل معادلة من الشكل $\ln[u(x)] = p$ (على التوالي متراجحة الشكل $\ln[u(x)] < p$):

- نعين D مجموعة تعريف المعادلة (على التوالي المتراجحة).
- نحل في D المعادلة $u(x) = e^p$ (على التوالي المتراجحة $u(x) < e^p$).

تمرين رقم 58 صفحة 106 تمرين رقم 60 صفحة 106

طريقة: لحل المعادلة $\ln[u(x)] = \ln[v(x)]$ (على التوالي المتراجحة $\ln[u(x)] < \ln[v(x)]$):

- نعين D مجموعة تعريف المعادلة (على التوالي المتراجحة).
- نحل في D المعادلة $u(x) = v(x)$ (على التوالي المتراجحة $u(x) < v(x)$).

تمرين رقم 59 صفحة 106 ، تمرين رقم 61 صفحة 106

ملاحظات حول سير الحصة:...