الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب- المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019 ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : الوحدة : الدوال اللوغاريتمية

المدة : ساعة الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

✍ المكتسبات القبلية: خواص الدالة الأسية، مبرهنة القيم المتوسطة

✍ الكفاءات المستهدفة: التعريف بالدالة اللوغاريتمية النيبيرية .

✍ الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الـدرس	المدة	الملاحظات
	نشاط رقم 02 صفحة 77:		
البناء و الترسيخ	انظر أدناه	10 د 10 د	

① اللوغاريتم النيبيري لعدد :

مبرهنة وتعريف

من أجل كل عدد حقيقي a من $]0,+\infty[$ يوجد عدد حقيقي وحيد b بحيث : $e = a$ يسمى هذا العدد اللوغاريتم النيبيري للعدد a ونرمز له بالرمز $"lna"$

✍ مثال : العدد الحقيقي الوحيد b الذي يحقق $e^b = 2$ هو $ln2$

② تعريف الدالة ln :

تعريف

نسمي "الدالة اللوغاريتمية النيبيرية" الدالة التي نرمز لها بالرمز ln والتي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي lnx

✍ نتائج :

❶ من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ومن أجل كل y من $\mathbb{R}$، $x = e^y$ معناه $y = lnx$

❷ من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $e^{lnx} = x$ و من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $ln(e^x) = x$

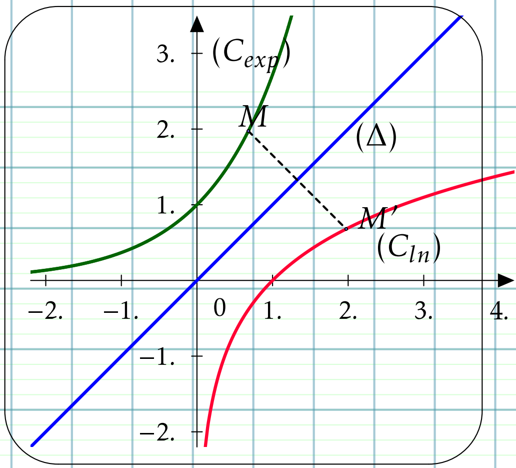
❹ بما أن $e^0 = 1$ فإن $ln1 = 0$ ، وبما أن $e^1 = e$ فإن $lne = 1$

✍ ملاحظة : نعبر النتيجة 1 بالقول أن الدالة $"ln"$ هي الدالة لـ $"exp"$

خاصية

في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ التمثيلان البيانيان للدالتين الأسية واللوغاريتمية النيبيرية متناظران بالنسة إلى المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (المنصف الأول)

✍ برهان : (C_{exp}) و (C_{ln}) المنحنين البيانين للدالتين : $x \mapsto e^x$ و $x \mapsto lnx$ ، بماأن $y = e^x$ يعني أن $x = lny$. فإن القول أن النقطة $M(x,y)$ من (C_{exp}) يعني أن النقطة $M'(y,x)$ من (C_{ln}) وهذا معناه أن المنحنيين متناظران بالنسبة للمنصف الأول



③ **اتجاه تغير الدالة اللوغاريتمية** :

خاصية

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

✍ برهان : a و b عددان حقيقيان كيفيان من $]0,+\infty[$ حيث $a < b$ ومنه $e^{lna} < e^{lnb}$ وبما أن الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن $lna < lnb$

✍ نتائج : من أجل كل عددين حقيقين a و b من $]0,+\infty[$

① $lna = lnb$ يعني $a = b$ ② $lna < lnb$ يعني $a < b$

التقويم	تمريـن 52،58 صفحة 106	15 د	

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب- | المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : $2018-2019$ | ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : | الوحدة : خواص الدوال اللوغاريتمية

المدة : ساعة | الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

✍ المكتسبات القبلية: خواص الدالة الأسية، مبرهنة القيم المتوسطة

✍ الكفاءات المستهدفة: التعريف بالدالة اللوغاريتمية النيبيرية .

✍ الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	**الخواص الجبرية :** ✍ **الخاصية الأساسية :** **خاصية** من أجل كل عددين حقيقين a و b من $]0;+\infty[$ ، $ln(ab)=lna+lnb$ ✍ **برهان :** لدينا : $e^{ln(ab)}=ab\cdots(1)$ ومن جهة اخرى $e^{lna+lnb}=e^{lna}\times e^{lnb}=ab\cdots(2)$. من (1) و (2) نجد : $e^{ln(ab)}=e^{lna+lnb}$ إذن : $ln(ab)=lna+lnb$ ✍ **نتـــائج :** **نتيجة1** من أجل كل عددين حقيقين a و b من $]0;+\infty[$ ، $ln\left(\frac{1}{a}\right)=-lna$ و $ln\left(\frac{a}{b}\right)=lna-lnb$ ✍ **ملاحظة :** يتم تعميم هذه النتيجة إلى عدة أعداد حقيقية موجبة تماما و هكذا يكون لدينا: من أجل كل أعداد حقيقية a_1 ، a_2 ,..., a_n من $]0,=\infty[$ ، $ln(a_1a_2...a_n)=lna_1+lna_2+\cdots+lna_n$ **نتيجة2** من أجل كل عدد حقيقي a من $]0;+\infty[$ ، ومن أجل كل عدد صحيح نسبي n ، $ln(a^n)=nln(a)$ **نتيجة3** من أجل كل عدد حقيقي a من $]0;+\infty[$ ، $ln(\sqrt{a})=\frac{1}{2}ln(a)$	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 67 ، 68 صفحة 107	15 د	

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب- — المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019 — ميدان التعلم : التحليل

يـــوم : — الوحدة : خواص الدوال اللوغاريتمية

المدة : ساعة — الموضوع : دراسة الدالة اللوغاريتمية

✍ المكتسبات القبلية: خواص الدالة الأسية، مبرهنة القيم المتوسطة

✍ الكفاءات المستهدفة: دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية .

✍ الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	انظر أدناه	10 د 10 د	

البناء

① النهايات :

خاصية

نهاية الدالة ln عند $+\infty$ هي $+\infty$ ونهايتها عند 0 هي $-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} lnx = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 0} lnx = -\infty$$

10 د

و

10 د

② الإستمرارية والإشتقاقية :

الترسيخ

خاصية

الدالة ln مستمرة وقابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا من أجل كل x من $]0,+\infty[$ ، $ln'(x) = \frac{1}{x}$

✍ برهان:

✍ نقبل بدون برهان أن الدالة ln مستمرة وقابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

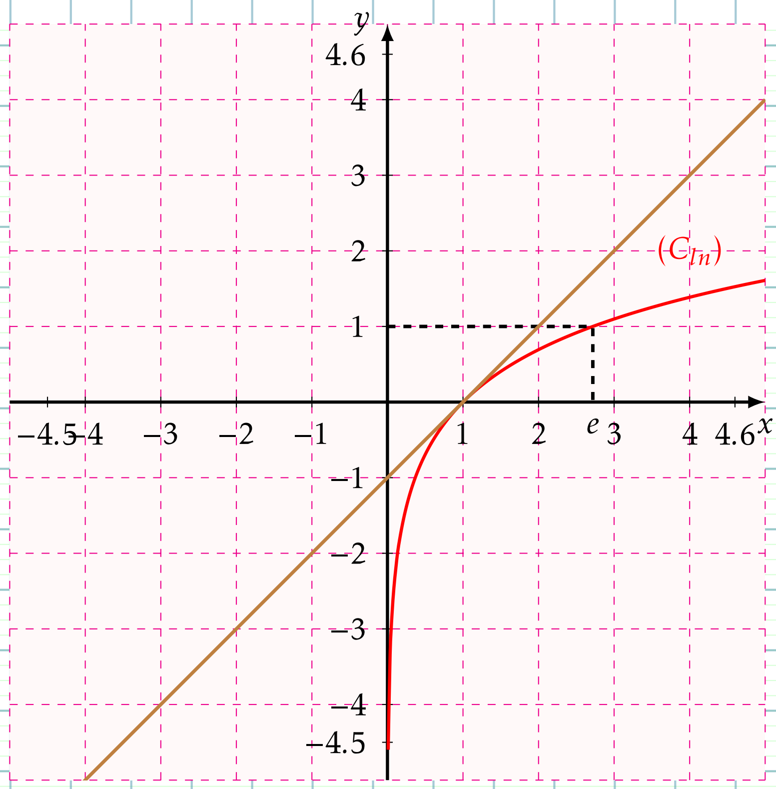
✍ نعتبر الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = e^{lnx}$ ، f هي مركب الدالة ln متبوعة بالدالة expفهي قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا :

$f'(x) = ln'(x) \times e^{lnx}$ وبما أن $e^{lnx} = x$ فإن $f'(x) = ln'(x) \times x$ ومن جهة أخرى $f'(x) = 1$ إذن $ln'(x) = \frac{1}{x}$

③ جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$ln'(x)$	‖		$+$		
lnx	‖	$-\infty$	0 ↗		$+\infty$

③ **التمثيل البياني :**



✍ المنحنى (C) الممثل للدالة اللوغاريتمية يقبل محور التراتيب كمستقيم مقارب

✍ لدينا $ln'(1) = 1$ و $ln1 = 0$ إذن المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا $y = x - 1$

✍ من تعريف العدد المشتق لدينا $\lim_{h \to 0} \frac{ln(1+h)}{h} = ln'(1) = 1$ إذن :

$$\boxed{\lim_{x \to 1} \frac{lnx - 1}{x - 1} = 1}$$

التقويم	تمريـــن 67 ، 68 صفحة 107	15 د	

المذكرة رقم:02

الأستاذ: ياسين

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب-

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019

ميدان التعلم : التحليل

يــــوم :

الوحدة : خواص الدوال اللوغاريتمية

المدة : ساعة

الموضوع : الدالة اللوغاريتمية

✍ المكتسبات القبلية: خواص الدالة للوغاريتمية h النيبيرية

✍ الكفاءات المستهدفة: حل مشكلات بتوظيف الدوال اللوغاريتمية

✍ الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	**حل معادلات ومتراجحات :** **طريقة 1** لحل معادلة من الشكل $ln[u(x)] = a$ (متراجحة من الشكل $ln[u(x)] < a$ على الترتيب) ✍ نعين D مجموعة تعريف المعادلة (المتراجحة على الترتيب). ✍ نحل في D المعادلة $u(x) = e^a$ (المتراجحة $u(x) < e^a$ على الترتيب). **مثال** : حل المعادلة والمتراجحات التالية: ① $ln(-2x+4) = 1$ ② $ln(3x) \leq 6$ ③ $ln(-x-3x+4) > 2$ **طريقة 2** لحل معادلة من الشكل $ln[u(x)] = ln[v(x)]$ (متراجحة من الشكل $ln[u(x)] < ln[v(x)]$ على الترتيب) ✍ نعين D مجموعة تعريف المعادلة (المتراجحة على الترتيب). ✍ نحل في D المعادلة $u(x) = v(x)$ (المتراجحة $u(x) < v(x)$ على الترتيب). **مثال** : حل المعادلة والمتراجحات التالية: ① $ln(-x+4) = ln(x^2)$ ② $ln(3x^3 - 4x + 8) \leq ln(3x^3)$ ③ $ln(-x^2 - 3x + 4) > ln(4)$	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 67 ، 68 صفحة 107	15 د	

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب-　　　المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019　　　ميدان التعلم : التحليل

يـــوم :　　　الوحدة : الدالة اللوغاريتمية

المدة : ساعة　　　الموضوع : دراسة الدالة $ln \circ u$

✍ **المكتسبات القبلية:** النهايات، الاشتقاقية ،اتجاه التغير،خواص الدالة اللوغاريتمية

✍ **الكفاءات المستهدفة:** توظيف خواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية .

✍ **الأدوات المستعملة:** الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الـدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	① **النهايات:** **مبرهنة** a، b و c تمثل أعددا حقيقية أو $+\infty$ أو $-\infty$ نعتبر الدوال التالية u ، lnx و f حيث $f = ln \circ u$ و u معرفة وموجبة على مجال I إذا كانت $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$ و $\lim\limits_{x \to b} lnx = c$ فإن $\lim\limits_{x \to a} f(x) = c$ ② مثال : نعتبر الدالة f المعرفة على $]1 ; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \ln(2x-2)$ **احسب نهايات f عند $+\infty$ و 1** ② **اتجاه التغير :** **خاصية** إذا كانت u دالة معرفة وموجبة على مجال I فإن للدالتين u و $ln \circ u$ نفس اتجاه التغير على المجال I ③ **المشتقة:** **خاصية** إذا كانت u دالة قابلة للإشتقاق وموجبة تماما على مجال I فإن للدالة $ln \circ u$ قابلة للإشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I، $\boxed{(ln \circ u)'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}}$	10 د 10 د	
التقويم	تمريـن 94 صفحة 108	15 د	

الأستاذ: ياسين

المذكرة رقم:02

ثانوية : سليمان بن حمزة-عين الذهب-
المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2018 – 2019
ميدان التعلم : التحليل

يــــوم :
الوحدة : الدالة اللوغاريتمية

المدة : ساعة
الموضوع : دراسة دالة اللوغاريتم العشري

المكتسبات القبلية: النهايات، الاشتقاقية ،اتجاه التغير،خواص الدالة اللوغاريتمية

الكفاءات المستهدفة: حل مشكلات بتوظيف الدوال اللوغاريتمية

الأدوات المستعملة: الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت .

المراحل	عناصر الـدرس	المدة	الملاحظات
البناء و الترسيخ	① **دالة اللوغاريتم العشري:** **تعريف** نسمي دالة اللوغاريتم العشري الدالة التي يرمز إليها بالرمز log والمعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $logx = \frac{lnx}{ln10}$ **ملاحظة** : $log(1) = 0$ و $log(10) = 1$ **خـــــــــواص** من أجل كل عددين حقيقين a و b موجبين تماما، $log(ab) = log(a) + log(b)$ $\quad$ $log\left(\frac{a}{b}\right) = log(a) + log(b)$ $log\left(\frac{1}{a}\right) = -log(a)$ من أجل n عدد ناطق : $log(a^n) = nlog(a)$ **حالة خاصة** : $log(10^n)+ = n$ **خاصية** الدالة $''log''$ متزايدة على المجال $]0;+\infty[$ **نتيجة** من أجل n عدد صحيح و $10^n \leq x \leq 10^{n+1}$ فإن : $n \leq \log(10) \leq n+1$	10 د 10 د	
التقويم	تمريــن 100 صفحة 109	15 د	