

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - بطاقة رقم: 60/05 الأستاذ: شداني عبد المالك

الخصية	تحليل	التاريخ	أفريل 2016
المحور	الحساب التكاملي	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	<b>خواص التكامل</b>	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى	المعارف المكتسبة	الدول الأصلية
الوسائل البداغوجية	السطرة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس مراحل الدرس الزمن

نشاط إستكشافي	<b>نشاط: f و g دالتان مستمرتان على المجال [-1;1] حيث: <math>f(x) = e^{2x} - 2x - 1</math> و <math>g(x) = x^2</math></b> (1) قارن بين $f(x)$ و $g(x)$ (2) أحسب التكاملين: $I = \int_1^1 f(x) dx$ و $J = \int_{-1}^1 g(x) dx$ ثم قارن بين I و J . (3) ماذا يمكن تخمينه بالنسبة للنتيجتين في السؤالين السابقين ملاحظة: إرشاد، من أجل كل عدد حقيقي x من [-1;1] فإن $e^x \geq x + 1$ .
---------------	---

صيغة الكفاءة

**1. الترتيب:**  
f و g دالتان مستمرتان على مجال [a;b]. إذا كان من أجل كل x من [a;b]  
**الإيجابية:**  $f(x) \geq 0$  فإن  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$   
**المقارنة:**  $f(x) \leq g(x)$  فإن  $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

**البرهان:**

(1)  $F$  دالة أصلية لـ  $f$  على  $I$ ، من أجل كل  $x$  من  $I$ :  $F'(x) = f(x)$   
 $f(x) \geq 0$  على  $[a;b]$  إذن  $F$  متزايدة على  $[a;b]$  وبالتالي  $F(a) \leq F(b)$  أي  
 $F(b) - F(a) \geq 0$  ومنه  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$  .

(2) يكفي أن نلاحظ أن  $g(x) - f(x) \geq 0$  و نطبق النتائج السابقة  
**2. علاقة شال:**

f دالة مستمرة على مجال I. من أجل كل أعداد حقيقية a، b، c من I لدينا:  
$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

**البرهان:** إذا كانت F دالة أصلية لـ f على I فإن:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = [F(b) - F(a)] + [F(c) - F(b)] = [F(c) - F(a)] = \int_a^c f(x) dx$$

**3. التناظر:**  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

**البرهان:** بالاعتماد على الخاصية السابقة، إذا كانت F دالة أصلية لـ f على I فإن:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx : \text{وبوضع } c = a : \int_a^a f(x)dx = 0$$

#### 4. الخطية:

f و g دالتان مستمرتان على مجال I و k عدد حقيقي. من أجل كل عددين حقيقيين a و b من I لدينا: (1)

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad (2)$$

#### البرهان:

(1): نعلم أنه إذا كانت F و G دالتين أصليتين على الترتيب للدالتين f و g على المجال I فإن الدالة F+G دالة أصلية للدالة f+g على المجال I. ومنه:

$$\begin{aligned} \int_a^b [f(x) + g(x)] dx &= [F(x) + G(x)]_a^b = [F(b) + G(b)] - [F(a) + G(a)] \\ &= [F(b) - F(a)] + [G(b) - G(a)] = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \end{aligned}$$

(2) بنفس الطريقة مع العلم أنه إذا كانت F دالة أصلية لـ f على I فإن kF دالة أصلية لـ kf على I.

25د

تمرين تطبيقي (1) ليكن :  $I = \int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$  و  $J = \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$ .  
أحسب J و I+J ثم استنتج I.

(2) أحسب :  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$  ثم استنتج  $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 x dx$  و  $K = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

تمرين رقم 25 صفحة 186-----

f دالة مستمرة على [0;3] حيث من أجل كل عدد حقيقي x من [0;3] ،

$$\frac{1}{3}x + 1 \leq f(x) \leq 2$$

1.فسر بيانيا المتباينتين.

2.أعط حصر المساحة المحيطة بالمنحنى الممثل للدالة f

تمرين رقم 33 صفحة 186-----

قارن، بدون حساب، بين التكاملين I و J:

$$(1) \quad I = \int_0^1 te^t dt \quad ; \quad J = \int_0^1 t^2 e^t dt$$

$$(2) \quad I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \quad ; \quad J = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$$

$$(3) \quad I = \int_1^2 u \sin u du \quad ; \quad J = \int_1^2 u^2 \sin u du$$