

الحصّة	تحليل	التاريخ	أفريل 2016
المحور	الحساب التكاملي	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى	المعارف المكتسبة	خواص التكامل
الوسائل البداغوجية	السطرة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	نشاط : نشاط :	30د

أولاً- تكامل دالة موجبة على مجال :

نشاط : المستوي منسوب الى معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث تختار الوحدات :

3cm على محور الفواصل و 2cm على محور الترتيب. و $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq e^x \end{cases}$

1. أحسب بوحدة المساحة (u.a) المساحة A للحيز D المعرف ب :

2. اعط بـ cm^2 مساحة الحيز D .

ثانياً- التمديد إلى دالة إشارتها كيفية :

لتكن f دالة مستمرة على مجال $[a; b]$. وليكن (C_r)

تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نرسم بـ A إلى

مساحة الحيز D المحدد بالمنحني (C_r) وبالمستقيمت

التي معادلاتها : $x = a$ ، $x = b$ و $y = 0$.

1. تكامل دالة سالبة على مجال :

نفرض أن f دالة سالبة على المجال $[a; b]$.

لتكن A' مساحة الحيز D' المحدد بالمنحني (C_r) وبالمستقيمت التي معادلاتها

$x = a$ ، $x = b$ و $y = 0$. بما أن f سالبة على $[a; b]$ فإن -f موجبة على $[a; b]$

وبالتالي الحيزان D و D' متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل إذن : $A' = A$

$$A = \int_a^b -f(x) dx \quad \text{نستنتج أن :}$$

مثال : f دالة عددية حيث : $f(x) = 2x - 5$ و ليكن (C_r) تمثيلها البياني في

معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

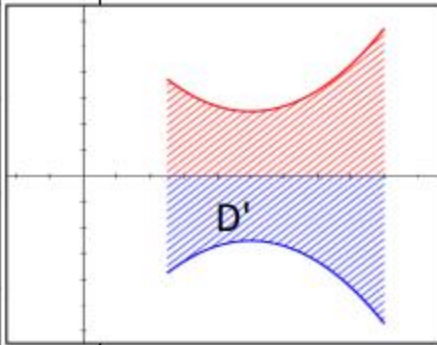
أحسب المساحة A الحيز D المحدد بالمنحني (C_r)

وبالمستقيمت التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = 2$ و $y = 0$

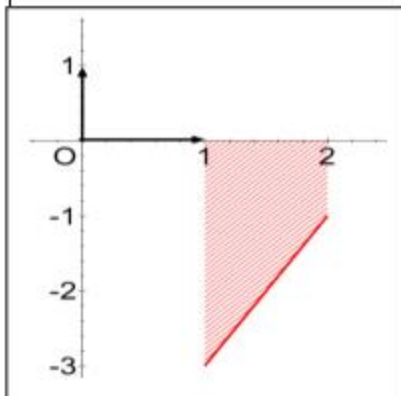
الحل: الدالة f سالبة على $[1; 2]$ إذن المساحة A

$$\text{معطاة بـ : } A = -\int_1^2 (2x - 5) dx \quad \text{أي :}$$

$$A = -[x^2 - 5x]_1^2 = 2 \text{ u.a}$$

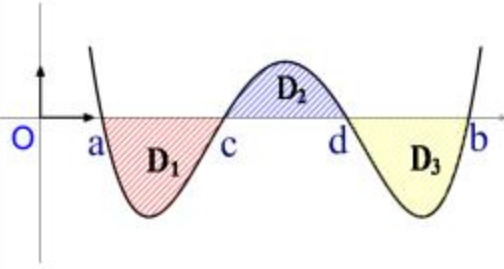


b



2. تكامل دالة تغير إشارتها على مجال :

نفرض أن f تغير إشارتها على المجال $[a; b]$ بحيث تكون f موجبة على $[c; d]$ وسالبة على المجالين $[a; c]$ و $[d; b]$.



نرمز بـ A_1 إلى مساحة الحيز D_1
بـ A_2 إلى مساحة الحيز D_2
و بـ A_3 إلى مساحة الحيز D_3 .

وبما أن : $A = A_1 + A_2 + A_3$

$$\text{فإن : } A = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx - \int_d^b f(x) dx$$

ملاحظة:

بصفة عامة لحساب مساحة حيز محدد بالمستقيمات التي معادلاتها $x = a$ ، $x = b$ و $y = 0$ و بمنحن ممثل لدالة f تغير إشارتها على $[a; b]$ نقوم أولاً بتحديد المجالات التي تحتفظ فيها الدالة بإشارة ثابتة (سالبة أو موجبة) ثم نطبق النتيجة المناسبة على كل مجال من هذه المجالات.

3. مساحة حيز محدد بمنحنيين :

إذا كانت f و g دالتين مستمرتين على مجال

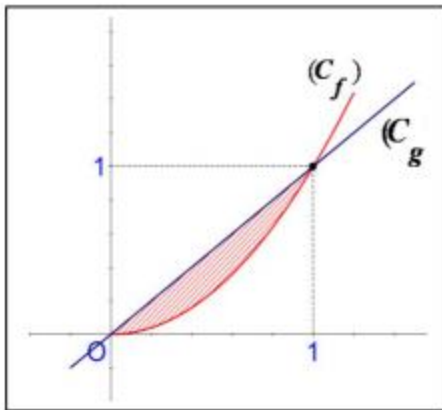
$[a; b]$ بحيث من أجل كل x من $[a; b]$ ،

$f(x) \geq g(x)$ فإن مساحة الحيز (D) المحدد

بالمنحنيين (C_f) ، (C_g) و بالمستقيمين اللذين

معادلتاهما $x = a$ و $x = b$

$$\text{هي : } A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



مثال : f و g دالتان معرفتان على المجال $[0; 1]$ بـ :

$$f(x) = x^2 \text{ و } g(x) = x$$

$$A = \int_0^1 x dx - \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ u.a}$$

د25

تمرين تطبيقي f و g دالتان معرفتان على المجال $[-1; 3]$ بـ :

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \text{ ، } g(x) = -x^2 + 6 \text{ و ليكن } (C_f) \text{ و } (C_g) \text{ تمثيليهما}$$

البيانيين في معلم متعامد $(O; I, J)$.

1. أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

2. أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) ، (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x = -1 \text{ و } x = 3.$$

تمرين رقم 85 صفحة 190

مرحلة التقويم
و الإستثمار